# Ecuatia lui Slutsky pe caz continuu. Variatia compensatorie si echivalenta de venit

Conf.dr. Stelian STANCU
Catedra de Cibernetica Economica, A.S.E. Bucuresti

*The article presents different aspects concerning Slutsky's equation for the continuum case and the presentation of the compensational and equivalent income variation. We define the compensational income variation (VC) as those modification of one consumer's income under the assumption that the goods price vector is changing and that the utility remains the optimum from the initial state .We define the equivalent income variation (VE), as those modification of one consumer's income under the assumption that the goods price vector is changing and that the utility remains the optimum from the last state.*
***Keywords:*** *uncompensated demand**,** compensated demand, Slutsky's equation on continuum case, compensational income, variation, equivalent income variation.*

Pentru început vom analiza modul de determinare a functiei de utilitate indirecta în cazul cererii necompensate (de tip Marshall). Revenind la problema de optim:

$$\begin{cases} [\max_x] U(x) \\ \text{pe restrictia de buget} \\ p_1x_1 + p_2x_2 = V \end{cases} \qquad (1)$$

din rezolvarea acesteia s-a obtinut cererea necompensata din cele doua bunuri, si anume:

$$x_1^* = x_1^*(p_1, p_2, V)$$
$$x_2^* = x_2^*(p_1, p_2, V).$$

Înlocuind pe $x_1$ si $x_2$ din functia de utilitate directa $U(x_1, x_2)$ cu $x_1^*$ si $x_2^*$, se obtine *functia de utilitate indirecta* $u^*(p_1, p_2, V)$, *pentru cererea necompensata:*

$$U(x_1^*, x_2^*) = u^*(p_1, p_2, V) \qquad (2)$$

si respectiv *functia cheltuielilor:*

$$V^*(p_1, p_2, V) = p_1x_1^*(p_1, p_2, V) + p_2x_2^*(p_1, p_2, V).$$

Pentru cazul cererii compensate (de tip Hicks), am vazut ca din rezolvarea problemei de optim la nivelul consumatorului:

$$\begin{cases} [\min_x] \{p_1x_1 + p_2x_2\} \\ \text{pe restrictia} \\ U(x_1, x_2) = \bar{u} \end{cases} \qquad (3)$$

s-a obtinut cererea compensata din fiecare bun:

$$x_1^{**} = x_1^{**}(p_1, p_2, \bar{u})$$
$$x_2^{**} = x_2^{**}(p_1, p_2, \bar{u}).$$

Procedând ca în cazul cererii necompensate, se obtine *functia de utilitate indirecta,* $u^{**}(p_1, p_2, \bar{u})$, *pentru cererea compensata.*

De asemenea, înlocuind $x_1$ si $x_2$ din functia obiectiv, cu $x_1^{**}(p_1, p_2, \bar{u})$, $x_2^{**}(p_1, p_2, \bar{u})$ se obtine *functia cheltuielilor,* cu (4):

$$V^{**}(p_1, p_2, \bar{u}) = p_1x_1^{**}(p_1, p_2, \bar{u}) + p_2x_2^{**}(p_1, p_2, \bar{u})$$

- **Ecuatia lui Slutsky pe caz continuu**

Consideram solutiile pentru problemele (1) si (3) îndeplinind conditiile:

$$x_i^{**}(p, \bar{u}) = x_i^*(p, V) = x_i^*(p, V^{**}(p, \bar{u})).$$

Diferentiind în raport cu $p_j$ relatia de mai sus, obtinem:

$$\frac{\partial x_i^{**}}{\partial p_j} = \frac{\partial x_i^*}{\partial p_j} + \frac{\partial x_i^*}{\partial V} \cdot \frac{\partial V^{**}}{\partial p_j}; \quad i,j = 1,2.$$

sau utilizând rezultatul lemei lui Shepard avem ca modificarea cererii Marshalliene dintr-un bun în raport cu un anumit pret este:

$$\frac{\partial x_i^*}{\partial p_j} = \frac{\partial x_i^{**}}{\partial p_j} - x_j^{**} \frac{\partial x_i^*}{\partial V}; \quad i,j = 1,2. \qquad (5)$$

(ecuatia lui Slutsky pe caz continuu în care $\frac{\partial x_i^{**}}{\partial p_j}$ reprezinta efectul de substitutie, iar $-x_j^{**} \frac{\partial x_i^*}{\partial V}$ este efectul de venit). Înmultind ecuatia lui Slutsky cu $\frac{p_j}{x_i}$ în ambii membri avem: $\frac{\partial x_i^*}{\partial p_j}.\frac{p_j}{x_i} = \frac{\partial x_i^{**}}{\partial p_j}.\frac{p_j}{x_i} - x_j^{**}\frac{\partial x_i^*}{\partial V}.\frac{p_j}{x_i}.\frac{V}{V}$ rezulta în termenii elasticitatii ca: $E_{ij}^* = E_{ij}^{**} - E_V^* g_j^{**}$ unde am notat cu $E_{ij}^*$ elasticitatea cererii Marshalliene din bunul $i$ în raport cu pretul bunului $j$, $E_{ij}^{**}$ elasticitatea cererii Hicksiene din bunul $i$ în raport cu pretul bunului $j$, $E_V^*$ elasticitatea cererii Marshalliene din bunul $i$ în raport cu venitul si $g_j^*$ ponderea cheltuielilor din bunul $j$ pentru cazul cererii Hicksiene în total cheltuieli.

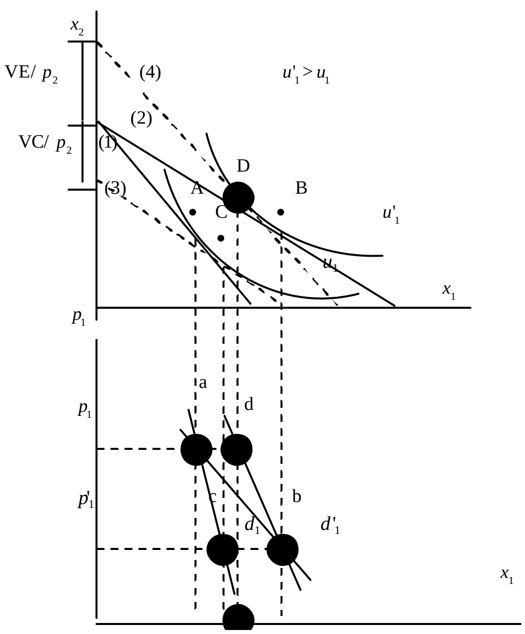


**Fig. 1.** Variatia compensatorie si echivalenta de venit

- **Variatia compensatorie (VC) si variatia echivalenta de venit (VE)**

Contextul la care ne vom referi în continuare va fi axat pe influenta asupra venitului consumatorului, a modificarii pretului unui anumit bun.

Pentru aceasta, vom considera un consumator pentru care pachetul de bunuri este format din doua bunuri. Fie $x_i$ - cantitatea consumata din bunul $i$, $i$=1,2, $p = (p_1, p_2)$ vectorul preturilor si $V$- venitul sau.

Presupunând ca pretul bunului 1 se reduce de la $p_1$ la $p'_1$, în timp ce pretul celuilalt bun si venitul raman nemodificate, vom avea functiile de cerere Marshalliana:

- pentru starea initiala: $x_i^* = (p_1, p_2, V)$, $i$=1,2.
- pentru starea finala: $x_i^* = (p'_1, p_2, V)$, $i = 1,2$.

Pe baza datelor prezentate putem defini cele doua notiuni, si anume:

**Definitia 1**. Numim variatie compensatorie de venit (VC), modificarea venitului unui consumator în conditiile în care se modifica vectorul preturilor bunurilor, utilitatea ramânând cea optima initiala ($u_1$):

$$VC = V^{**}(p, u_1) - V^{**}(p', u_1) \quad (6.a)$$

sau ca acea schimbare în venit necesara a mentine nivelul de utilitate nemodificat, în conditiile în care se modifica pretul:

$$u^*(p, V) - u^*(p', V - VC) = u_1. \qquad (6.b)$$

**Definitia 2.** Numim variatie echivalenta de venit (VE), acea modificare a venitului unui consumator în conditiile în care se modifica vectorul preturilor bunurilor, utilitatea fiind cea optima din starea finala ($u'_1$)

$$VE = V^{**}(p, u'_1) - V^{**}(p', u'_1) \quad (7.a)$$

sau ca acea schimbare în venit necesara pentru a face ca utilitatea obtinuta când pretul este $p'$ si venitul $V$ aceeasi cu cea obtinuta atunci când pretul este $p$ si venitul tot $V$:

$$u^*(p, V + EV) - u^*(p', V) = u'_1. \qquad (7.b)$$

**Observatie:** Relatiile (6.a) si (7.a) mai pot fi scrise: $VC = \int_{p'_1}^{p_1} \frac{\partial V^{**}}{\partial \overline{p}_1} d\overline{p}_1 = \int_{p'_1}^{p_1} x_1^{**}(p, u_1) d\overline{p}_1$

respectiv: $VE = \int_{p'_1}^{p_1} x_1^{**}(p, u'_1) d\overline{p}_1$ unde am

tinut cont de lema Shepard $\frac{\partial V^{**}}{\partial p_1} = x_1^{**}(p, u_1)$.

## Bibliografie


- Amble, B, Chatelain, J.B., L*a concurrence imparfaite entre les intermédiaires financiers est-elle toujours néfast à la crissance économique?*, Revue économique, 3/1996.
- Bukart, O., *Les effect sur le bien-être d'une libération (a) symétrique dés éxchanges avec comportament de Cournot*, Revue econo-

ique, 3/1996.
- Chambertlin, E., *The Theory of Monopolistic Competition*, Mass: Harvard University Press, 1993.
- Dana Jr., J.D., *The organization and Scope of Agents: Regulating, Multiproduct Industries*, Journal of Economic Theory, No.59, 1993.
- Dixit, A.K., Stiglitz, J.E., *Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity*, American Economic Review, No. 67/1977.
- Etner F., *Microéconomie*, Presses Universiaires de France, Paris, 2000
- Frois G.A., *Dynamique économique*, Dalloz, Paris 2002
- Laffont J.J., *A theory of incentives in ocurement and regulation*, Tirole J., MIT Press, 1998
- Jallais S., *Mathématiques des modèles dynamiques pour économistes*, La Découverte, Paris, 2001
- Jones A.J., *Game Theory-mathematical models of conflict*, Horwood Publishing Limited, 2000
- Kreps D. M., *Théorie des Jeux et modélisation économique*, Dunod, Paris, 1999
- Lerneus J. Y., *Microéconomie*, Vuibert, 2001
- Martin S., *Advanced industrial economics*, Blackwell Publishers Inc., Oxford, 2002
- Mas-Colel A., *Microeconomic Theory*, Oxford University Press, 1995
- Whinston M.D., Green J.R., Moulin.H., *Axioms of Cooperative Game Theory*, New York,: Cambridge University Press, 1981.
- Nguéna O.J., *Microéconomie de l'incertaine*, Dunod, Paris, 2001
- Picard P. , *Eléments de microéconomie*, Montchrestien, Paris, 1993
- Sharkey, W.W., *The Theory of Natural Monopoly*, Cambridge University Press, Cambridge, 1982.
- Spulber, D.F., *Regulation and Markets*, MIT Press, Cambridge, M.A., 1989.
- Stigler, G., *The Theory of Price*, 4th ed., New York Macmillan, 1987.
- Tallon J.M., *Équilibre général-une introduction*-Vuibert, Paris, 1997
- Varian H.R., *Microeconomic Analysis*, W.W. Norton&Company Inc., 1992
- Tirole, J., *The Theory of Industrial Organization*, The MIT Press, Cambridge, Mass., 1988