

## Costul fiabilitatii si mentenantei sistemelor complexe cu degradare continua<sup>1</sup>

Prof. dr. Alexandru ISAIC-MANIU, conf. univ. dr. Tudorel ANDREI  
Catedra de Statistica si Previziune Economica, A.S.E. Bucuresti

*Repararea sistemului începe o data cu caderea sistemului de productie în pana si acest proces are o durata aleatoare ce depine în mod unic de starea sistemului din momentul penei. Mentinerea sistemului la un nivel de fiabilitate acceptabil presupune efectuarea unor cheltuieli ce se regasesc în calitatea si costul productiei optinute. Prin politici de fiabilitate si mentenanta convenabile se asigura o crestere a calitatii productiei si reducerii costurilor.*

**Cuvinte cheie:** fiabilitate, mentenanta, sistem degradabil, cost asimptotic.

### 1 Compararea politicilor de mentenanta pentru sistemele multi-componente si cu dregadare continua

Un sistem este *degradabil* daca functia de fiabilitate asociata unei operatii (misiuni)  $x$ , initializata la vârsta  $t$  a sistemului, este mai mica decât functia de fiabilitate în  $(0, x)$ , oricare ar fi vârsta  $t$  a acestuia si durata operatiei executate,  $x$ . Adica  $R(t, t + x) < R(x)$ ,  $t, x \geq 0$ . Aceasta relatie înseamna de fapt ca un sistem degradabil, care a fost utilizat este inferior unui nou. Se noteaza (dupa Barlow-Proschan) NBU (New Better than Used – nou, mai bun decât folosit). Un sistem IFR este NBU, dar iarasi reciproca nu este adevarata. Analog, un sistem este *nedegradabil* daca are loc relatia  $R(t, t + x) > R(x)$ ,  $t, x \geq 0$ . (notatia este similara NWU – New Worse than Used, adica nou, mai prost decât folosit).

Un sistem este *degradabil în medie* daca media timpului de functionare ramas este mai mica decât media timpului de functionare a sistemului  $E(t) < \mu$ , sau echivalent

$$\int_0^{\infty} R(t, t + x) dx < \int_0^{\infty} R(x) dx \text{ sau înca}$$

$$\int_t^{\infty} R(x) dx < \mu R(t).$$

În mod analog se definesc *sistemele nedegradabile în medie*  $E(t) > \mu$ . Notatiile uzuale sunt NBUE (New Better than Used in Expectation – în medie, mai bun nou decât folosit) si respectiv NWUE (New Worse than Used Expectation – în medie, mai prost nou decât folosit). Asadar, avem sirurile de implicatii

$$IFR \supset IFRA \supset NBU \supset NBUE$$

$$DFR \supset DFRA \supset NWU \supset NWUE.$$

Începând cu anii 50, modelarea si optimizarea politicii de mentenanta a fost continu dezvoltata. În acest rastimp au aparut numeroase lucrari modelelor de mentenanta pentru sistemele mono-component. Dar, complexitatea sistemelor industriale antreneaza dependente între mentenantele componentelor sistemului complex. În diverse lucrari [Cho&Parlar-1991; Dekker, Van der Duyn Schouten&Wildeman-1997; Wildeman-1996] au aratat ca diverse *regrupari ale componentelor unui sistem pentru efectuarea operatiei de mentenanta va duce la scaderea costului acestei operatii*. Modelul de mentenanta care este propus în cele ce urmeaza se aplica sistemelor cu mai multe componente, iar deciziile sunt bazate pe cunoasterea starilor curente a acestor componente.

<sup>1</sup> Lucrare realizata in cadrul contractului Nr. contract: 34973/ CNCSIS

În [Berenguer, Chu&Grall-1997] s-a dezvoltat un model de politica de mentenanta conditionata, ce are un suport de timp discret pentru sisteme constituite dintr-o singura componenta cu degradare continua. Degradarea sistemului este rezumata printr-o variabila  $x(t)$ , continua, crescatoare de la 1 la o stare finita  $L$ . Acest model este bazat pe o structura de politica de limitare a controlului pe mai multe nivele si nivelurile de decizie  $x_i, i=1, \dots, n$ , ale politicii de mentenanta trebuie sa optimizeze de maniera de a minimiza costul mediu al mentenantei pe termen lung.

Numai inspectiile permit cunoasterea stariilor curente ale sistemului si decizia se face urmarind aceste valori. O pana a sistemului este imediat detectata si sistemul este reparat la  $t_k$ , cu un cost egal cu  $C_{CORR}$ . Dupa o inspectie amanuntita a sistemului, regula de decizie a sistemului este:

- Daca  $x_t \leq x(t) < x_{t+1}$ , pentru  $1 \leq l < n$ , urmatoarea inspectie este programata la  $n-l$  perioade de timp mai târziu. În aceste conditii costul inspectiei este egal cu  $C_{INSP}$ .
- Daca  $x_t \leq x(t_k) < L$ , se înlocuie componenta preventiv cu costul  $C_{PREV}$ . Sistemul este considerat ca nou, iar urmatoarea inspectie este prevazuta la  $n$  perioade urmatoare.

Fiecare cost de operare se descompune în *cost de punere în lucru* si un *cost unitar*. Relatia de calcul a acestor costuri sunt urmatoarele:

$$C_{INSP} = C_{si} + C_i$$

$$C_{PREV} = C_{sr} + C_p$$

$$C_{CORR} = C_{sr} + C_c$$

Aceste costuri satisfac urmatoarele relatii de calcul:  $C_{INSP} < C_{PREV} < C_{CORR}$  si  $C_{si} < C_{sr}$ .

Costul mediu de mentenanta este calculat prin relatia:

$$C(x_1, \dots, x_n) = C_{INSP} \cdot p_i + C_{PREV} \cdot p_p + C_{CORR} \cdot p_c,$$

unde  $p_i, p_p$  si  $p_c$  sunt respectiv probabilitatile de efectuare a fiecărei operatii. În lucrarile autorilor Berenguer, sunt prezentate doua extensii ale modelului mono-

component pentru un sistem format din doua componente. Aceasta politica de mentenanta este constituita din doua componente. **Etapa I.** În aceasta prima etapa se optimizeaza pentru fiecare componenta modelul mono-component asociat. **Etapa a II-a.** Sunt introduse reguli de decizie tinând cont de starea fiecărei componente în parte.

**Politica costului pereche** este o combinatie a modelelor mono-componente unde costul de punere în functiune nu este luat în considerare decât o singura data, daca datele mentenantelor coincid.

**Politica de înlocuire fortata** este caracterizata prin introducerea unui nou nivel de decizie pentru fiecare componenta,  $V_j, j=1,2$ . La momentul  $t_k$ , o componenta este înlocuita iar cealalta este inspectata. Daca masura starii componentei vizate este superioara nivelului  $V_j$  corespunzator, se impune o înlocuire preventiva asupra acestei componente. Datele cu privire la operatiile viitoare sunt reactualizate urmând regula mono-componenta.

**Politica inspectiilor fortate** este o extensie a politicii precedente. Când o înlocuire este efectuata asupra unei componente, cealalta componenta este în obligatoriu vizata. Regula de înlocuire ramâne identica cu cea de la politica de înlocuire fortata.

Politica inspectiei pereche permite regrouparea inspectiilor celor doua componente: o singura data inspectia este determinata printr-o analiza totala a sistemului. Ca si în cazul politicii precedente, nivelurile  $V_j, j=1,2$  delimiteaza zonele de înlocuire preventive fortate.

**Influenta vitezelor degradarii.** Costul mediu al mentenantei este dependent de ecartul vitezelor de degradare a componentelor. Mentenantele fortate sunt caracterizate printr-o crestere a mentenantelor componentelor cu degradare lenta.

**Influenta costurilor de punere în functiune.** Se aleg viteze de degradare identice si constante. Urmarind descom-

punerea costurilor operatiilor de mentenanta, studiul efectele costurilor de punere în functiune este bazat pe variatia raportului cost de punere în functiune/cost unitar.

**Variatia costului**  $C_{sr}$ . Cresterea raportului  $C_{sr} / C_p$  antreneaza o diminuare a costurilor medii pentru politicile de mentenanta fortate înaintea modelului costului pereche. Numarul înlocuirilor pereche creste. Se impune componentelor conditia de a avea o istorie similara.

**Variatia costului**  $C_{si}$ . Când raportul  $C_{si} / C_i$  creste, diferenta între costul mediu pentru politicile mentenantei fortate si cele ale costului pereche ramân pozitive. Diminuarea numarului înlocuirilor fortate observate arata o diminuare a dependentelor dintre mentenante.

#### **Compararea politicilor de mentenanta.**

*Introducerea unui prag al mentenantelor fortate permite reducerea costului de mentenanta.* Aceasta este coerenta cu optimalitatea structurilor cu limitarea controlului pentru politicile cu inspectari sistematice asupra sistemelor multiple cu degradare continua [Wolff-1996]. *Politica cu înlocuire fortata este net mai puțin performanta, decât politicile cu inspectii fortate si pereche.* Pentru componentele ce au caracteristici de degradare vecine, se da un surplus de informatie prin inspectii pereche sau fortate ce permit o reducere a costului mediu de mentenanta. Politicile inspectiilor fortate si inspectiilor pereche se comporta de o maniera analoga: aceleasi costuri optimale si aceleasi regiuni optimale de mentenanta.

## **2.Descrierea sistemului si politica de mentenanta preventiva**

Se considera ca sistemul are un numar finit de stari de functionare posibile. Acestea sunt notate prin 1 la  $m$ . Starea de nefunctionare ce corespunde aparitiei unei defectiuni se noteaza prin  $m+1$ . Se poate considera ca starile de la 1 la  $m$  corespund acelor stari ce induc sistemului o degradare continua. Pentru început sistemul este con-

siderat în starea de functionare, iar acesta evolueaza într-o maniera markoviana. Repararea sistemului începe o data cu caderea sistemului de productie în pana si acest proces are o durata aleatoare ce depinde în mod unic de starea sistemului din momentul penei.

În aceste conditii pornirile sistemului dupa o operatie de reparare sunt controlate printr-un anumit vector de probabilitate pe  $\{1,2,\dots,m\}$ , fixat. Se considera, în egala masura ca sistemul se defecteaza într-un timp finit. Se noteaza prin  $(X_t^1)$  procesul markovian ce descrie starea sistemului pâna la prima defectiune din evolutia sistemului. Acest sistem este supus la politica de mentenanta preventiva urmatoare. Fie  $r_1, r_2, \dots, r_m$  legi de probabilitate pe  $R_+$ , ce au medii finite si nenule. Se considera  $p$  un numar întreg fixat,  $1 \leq p \leq m-1$ , si  $M_{p+1}, M_{p+2}, \dots, M_m$  variabile aleatoare independente, de medii finite. Sistemul este inspectat instantaneu la momentele  $s_1, s_2, \dots, s_n$ . Acestea sunt definite prin recurenta dupa cum urmeaza:  $s_1$  este o variabila aleatoare independenta de evolutia sistemului, de lege de repartitie  $r_{X_0^1}$ , unde

$$X_0^1 \in \{1,2,\dots,m\}.$$

Pentru un  $n \in N^*$  se obtin rezultatele urmatoare:

- Daca  $X_{S_n}^1 \in \{1,2,\dots,p\}$ , atunci sistemul este într-o stare de functionare denumita "sare de buna functionare". Atunci acesta este lasat sa functioneze si va fi inspectat la un nou moment ce este definit prin intermediul relatiei  $S_{n+1} = S_n + U^{(n)}$ , unde  $U^{(n)}$  este o variabila aleatoare independenta de evolutia sistemului dinainte de  $S_n$ , iar legea de repartitie este  $r_{X_{S_n}^1}$ .
- Daca  $X_{S_n}^1 \in \{p+1, p+2, \dots, m\}$ , atunci sistemul este în functiune dar într-o stare "de slaba functionare". În aceste conditii se începe o operatie de mentenanta cu durata aleatoare independenta de evolutia siste-

mului de dinainte de momentul  $s_n$ . Se noteaza legea acestei variabile prin  $M_{X_{s_n}^1}$ .

- Daca  $X_{s_n}^1 = m+1$ , atunci sistemul este în pana, în curs de a fi reparat. Se finalizeaza operatia de reparare fara a face o noua inspectie pentru depistarea eventualelor defectiuni.

Deoarece pentru reparatiile initiale s-a recurs la o operatie de mentenanta, sistemul este într-o stare de functionare, iar aceasta nu depinde de evolutia anterioara a sistemului. Se considera ca repornirea sistemului este controlata printr-un vector de probabilitati pe  $\{1,2,\dots,m\}$  fixata. Dupa o perioada de oprire, deci dupa o operatie de reparare sau mentenanta, se reinitializeaza succesiunea de inspectii asupra sistemului, deci se începe o noua serie de inspectii, ce se definesc prin recurenta de o maniera asemanatoare cu cea descrisa mai sus. Pentru sistem si pentru politica de mentenanta care a fost acceptata problema principala este de a studia "costul mediu asimptotic". Modelarea sistemului si a politicii de mentenanta preventiva ce este propusa în cadrul lucrarii este asemanatoare cu cea propusa de C. Coccozza-Thivent [1].

### 3. Costul mediu asimptotic

Se noteaza prin  $C(t)$  costul exploatarei sistemului în intervalul de timp  $[0,t]$ . În cadrul acestui cost de exploatare sunt cuprinse urmatoarele costuri:

- Costul orar al imobilizarii sistemului, pentru o operatie de mentenanta sau de reparare;
- Costul solicitat de efectuarea unei inspectii;
- Costul fix al operatiei de mentenanta care este efectuata începând cu starile  $j \in \{p+1,\dots,m\}$  ale sistemului. În cadrul acestui cost sunt incluse costurile ocazionate de schimbarea unor piese si eventuala lor deplasare;
- Costul orar al unei operatii de mentenanta care are durata  $M_j$  si care este efec-

tuata începând de la o stare  $j \in \{p+1,\dots,m\}$  a sistemului.

- Costul fix al unei operatii care se efectueaza începând de la o stare  $j \in \{1,\dots,m\}$  a sistemului;

- Costul orar al unei operatii ce este efectuata începând de la o stare  $j \in \{1,\dots,m\}$  a sistemului.

**Definitia 1.** Se numeste cost "mediu", costul de exploatare pe unitatea de timp. Acesta se calculeaza prin intermediul relatiei:  $\bar{C}(t) = \frac{C(t)}{t}$

**Definitia 2.** Se numeste "costul mediu asimptotic" costul pe unitatea de timp în regim stationar. Acesta este definit prin:

$$C = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{E(C(t))}{t}, \text{ daca aceasta limita exista.}$$

*Cost mediu asimptotic exista, iar existenta acestuia are la baza caracterul semi-regenerativ a sistemului care descrie evolutia sistemului supus politicii de mentenanta preventiva. De fapt, este clar ca, dupa o perioada de oprire, evolutia sistemului nu depinde, decât de starea sistemului în momentul repornirii. Din acest motiv, calculele din cadrul politicii de mentenanta preventiva fac apel la proprietatile lanturilor Markov care descriu evolutia sistemului.*

Se considera ca, în acest caz, costurile inspectiei sunt nule. Se demonstreaza atunci ca, daca repornirea sistemului dupa o operatie de mentenanta mai putin "buna" decât dupa o operatie corespunzatoare si daca starile de la  $p+1$  la  $m$  sunt mai degradate decât starea medie de repornire dupa o reparatie, atunci daca duratele medii de mentenanta nu sunt "prea lungi", politica de mentenanta preventiva amelioreaza costul mediu asimptotic.

### Bibliografie

1. Bainbridge, L., (1995): *Difficulties and errors in complex dynamic tasks*, European Meeting on "Prevention of Human errors", Cardiff, 30-31 March
2. Ball, L.W., *Reliability problems in the U.S.* Proc. Of 15-th EOQC Annual Congress, Vol. IV, p. 175-188, Moscow

3. Bârsan, N., Isaic-Maniu, Al., Voda, V., (1999): *An Extensive Study of the Homographic Hazard Rate Variable*, Economic Computation and Economic Cybernetic Studies and Research, Nr. 1-4, p. 5-15
4. Dorin, C.Al., Isaic-Maniu, Al., Voda, V., (1994): *Probleme statistice ale fiabilitatii*, Ed. Economica
5. Faverge, J.M., (1970): *L'homme, agent d'ifiabilitate et de fiabilite du processus industriel*, 'Ergonomics', Nr 3, p. 301-327
6. Iosif Gheorghe, (1966): *Fiabilitatea umana*, Ed. Studenteasca, Bucuresti
7. Isaic-Maniu, Al., (1996): *On some New statistical Distributions to Be Used in Reability Analysis*, Economic Computation and Economic Cybernetic Studies and Research, Nr. 1-4, p. 59-66
8. Isaic-Maniu, Al., (1998): *Decision Procedures in Statistical Process Control*, Economic Computation and Economic Cybernetic Studies and Research, Nr. 1-4, p. 49-58
9. Isaic-Maniu, Al., (1998): *Locul si rolul modelului Weibull în statistica aplicata*, Revista Româna de Statistica, Nr. 4, p. 20-24
10. Isaic-Maniu, Al., (1999): *Analiza fiabilitatii pe baza modelului lui Weibull*, Q-Medio, Nr. 4, p. 57-59
11. Isaic-Maniu, Al., (2000): *Modelul log-normal în analiza fiabilitatii produselor*, Tribuna Calitatii, Anul V, Nr. 9, p. 15-16
12. Isaic-Maniu, Al., Voda, Gh. V., (1987): *A method for the analysis of subunitary values*, Economic Computation and Economic Cybernetic Studies and Research, XXII, Nr. 3, p. 53-60
13. Isaic-Maniu, Al., Voda, V., (1980): *Asupra unei repartitii unidimensionale cu aplicatii în fiabilitate*, Studii si Cercetari de Calcul Economic si Cibernetica Economica, Vol XIV, in nr. 3, p. 85-93
14. Isaic-Maniu, Al., Voda, V., (1981): *Aplicatii în fiabilitate ale unei repartitii de tip Gamma*, Revista de Statistica, Nr. 11, p. 27-30
15. Isaic-Maniu, Al., Voda, V., (1997): *Asupra unei intensitati a defectarilor de tip hyperbolic*, Studii si Cercetari de Calcul Economic si Cibernetica Economica, Nr. 4, p. 33-39
16. Isaic-Maniu, Al., Voda, V., (1997): *How to Detect the Starting Time of Mass-Failures?*, Economic Computation and Economic Cybernetic Studies and Research, Nr. 1-4, p. 63-69
17. Isaic-Maniu, Al., Voda, V., (1997): *Manualul calitatii*, Ed. Economica
18. Isaic-Maniu, Al., Voda, V., (1998): *Noi inferente asupra repartitiei Pareto*, Studii si Cercetari de Calcul Economic si Cibernetica Economica, Nr. 2, p. 5-13
19. Isaic-Maniu, Al., Voda, V., (2000): *Rayleigh Distribution Revisited*, Economic Computation and Economic Cybernetic Studies and Research, Nr. 1-4, p. 27-31
20. Leplat, J., (1993): *Ergonomic et activites collectives*, Revue roum. de psychologie, Nr. 1, p. 103-118
21. Leplat, J., (1995): *Cause et risqué dans l'analyse des accidents*, Revue roum de psychologie, nr1, p. 9-24
22. Olaru, M., Isaic-Maniu, Al., Lefter, V., Pop, Al. N., (2000): *Tehnici si instrumente utilizate în managementul calitatii*, Ed. Economica, Bucuresti
23. Reason, J., (1990): *Human error*, Cambridge University Press, UK
24. Terssae, G., Chabaud, C., (1990): *Referential operatif comun et fiabilite*, Ed. Octares
25. Tovissi, L., Isaic-Maniu, Al., (1975): *Estimarea legii de repartitie a fiabilitatii produselor cu regim de functionare stationara si fara memorie*, Revista de statistica, Nr. 6, p.11-18
26. Tovissi, L., Voda, V., (1978): *Metode rapide de erificare a normalitatii datelor experimentale* Revista de Statistica, Anul XXVI, Nr. 8, p.52-59
27. Voda, V.Gh., (1981): *Asupra unei repartitii care apare în studiul fiabilitatii sistemelor cu parametru determinat reglabil*, Studii, Cercetari Matematice, Anul 33, Nr. 5, p. 565-569