Compararea politicilor de fiabilitate si mentenanta a sistemelor complexe cu degradare continua

Prof.dr. Alexandru ISAIC-MANIU, conf.dr. Tudorel ANDREI
Catedra de Statistica si Previziune Economica, A.S.E. Bucuresti

Teoria fiabilitatii se fundamenteaza pe analiza partilor slabele ale unui sistem. Conform cu Grand Larousse Encyclopedique, fiabilitatea tehnica este o "marime caracterizând securitatea functionarii unui meca+nism, masura a probabilitatii de functionare a unei aparaturi conform normelor prescrise". Chapouille (1972, citat de Leplat, 1985) prezinta urmatoarea definitie data de Comitetul electrotehnic francez: "Fiabilitatea este aptitudinea unui dispozitiv de a-si îndeplini functia ceruta în conditiile date pentru o perioada de timp data". Faverge (1970), referindu-se la teoria matematica a fiabilitatii, mentioneaza urmatoarea definitie: "Fiabilitatea F(t) a unei celule în conditii de functionare definite este probabilitatea ca aceasta celula sa nu ajunga în pana într-un interval de timp dat (0,t)". Autorul numeste celula sau unitate functionala orice element din sistemul studiat. Celula poate avea dimensiuni diferite: o piesa mecanica, motor, post de lucru, individ, echipa etc.

Cuvinte cheie: *fiabilitate, mentenanta, politica, model, sistem, capacitate.*

Asa cum o dovedeste definitia data de Faverge, notiunea de fiabilitate este legata de aceea de *defect*. Absenta fiabilitatii se traduce concret prin aparitia *defectului* si, în fapt, plecând tocmai de la acest defect, fiabilitatea poate fi evaluata. Recapitulând, sensurile conceptului de fiabilitate tehnica sunt:

1. Caracteristicile calitative ale unui sistem tehnic care determina *capacitatea* acestuia de a fi utilizat în conditii normale prescrise, un timp cât mai îndelungat, conform scopului pentru care a fost construit;
2. *Marime* ce exprima aceasta capacitate de functionare (utilizare);
3. Functionarea normala (prevazuta) pe o perioada mare de timp face din fiabilitate o "calitate în timp".

Studiile fiabilitatii cuplajului om-sistem tehnic au pus în evidenta dificultatile legate de *variabilitatea omului* (variabilitate inter si intraindividuala). Acest fapt rezulta mai bine daca facem o comparatie între unele caracteristici ale masinii si ale omului. Astfel, constructiv si functional o componenta tehnica (aparat, instrument, dispozitiv etc.) ofera pe o perioada de timp (pâna la uzura fizica semnificativa) o calitate sub dublu aspect: a) Stabilitate care îi permite sa îndeplineasa relativ constant functia ceruta; b) Stabilitate interelemente care asigura echivalenta calitativa a elementelor de acelasi tip în realizarea aceleiasi functii.

Fiecare produs sau sistem tehnic complex este purtatorul propriei sale "gene aleatoare" mostenite atât din materia prima cât si din fazele de prelucrare succesiva a acesteia: acest lucru implica aproape evident faptul ca nu se poate cuantifica comportarea în functionare sau în exploatare a fiecarei unitati de produs în parte. Aceasta înseamna, de fapt, ca nu putem "predictiona" fenomenul defectarii pe unitati individuale de produs. În tabelul 1 sunt trecuti indicatorii de fiabilitate pentru elementul reparabil.

Desi exprimarea efectiva a fiabilitatii este simpla din punct de vedere matematic, si anume: $R(t_0) = Prob\{T > t_0\}$

unde T este variabila aleatoare ce descrie comportamentul în functionare a produsului, iar t_0 este timpul fixat, problemele legate de conditiile de utilizare, aspectele economice implicate de îndeplinirea misiunii, precum si varietatea extrem de larga a mecanismelor de defectare a diferitelor componente si/sau sisteme (fapt care creeaza complicatii în modelarea propriu-zisa) fac ca, asa dupa cum remarca si Roy

Knowles (1977), activitatea de asigurare a fiabilitatii sa nu mai fie considerata ca un simplu exercitiu de statistica matematica; în mod special, atingerea unei fiabilitati convenabile este dependenta de aplicarea unor metode complexe de inginerie tehnologica si de management.

Tabelul 1 - Indicatori de fiabilitate pentru elemente reparabile

Indicatori de fiabilitate	**Definitia probabilistica**	**Definitia statistica**
Probabilitatea de functionare neîntrerupta între doua perioade de reparare	R(t) = Pr{Tf > t} = 1 – F(t)	$R^*(t)=1-\frac{n(t)}{N_0}$
Probabilitatea de reparare a elementului pâna la momentul t	$F_{rep}(t) = Pr\{Tr \le t\}$	$F^*_{rep}(t)=\frac{n'(t)}{N'_0}$
Timpul mediu de functionare neîntrerupta între doua defectari m sau $M(T_f)$	$M(T_f)=\int_0^\infty R(t)dt$	$M^*(T_f)=\frac{1}{N_0}\sum_{i=1}^{N_0} T_{fi}$
Timpul mediu de defectare neîntrerupta între doua perioade de functionare m_{rep} sau $M(T_r)$	$M(T_r)=\int_0^\infty [1-G(t)]dt$	$M^*(T_r)=\frac{1}{N_0}\sum_{i=1}^{N_0} T_{ri}$
Probabilitatea de functionare la momentul t	$p(t)=1-F(t)+\int_0^t [1-F(t-t)h(t)dt$	$R^*(t)=\frac{N(t)}{N_0}$
Probabilitatea de avarie la momentul t	q = 1 – p(t)	$q^*(t)=\frac{n(t)}{N_0}$
Intensitatea de defectare	$z(t) = Pr(t < T_f < t + dt/T_f > t)$	$z^*(t)=\frac{n(t+Dt)-n'(t)}{N(t)Dt}$
Intensitatea de reparare	$\mu(t) = Pr(t < T_r \le t + dt/T_f > t)$	$m^*(t)=\frac{n'(t+tD)-n'(t)}{N'(t)Dt}$
Probabilitatea de functionare neîntrerupta în intervalul (t, t + τ)	$p(t,t+t)=1-F(t+t)$ $=\int_0^t [1-F(t+t-x)]h(x)dx$	$p^*(t,t+t)=\frac{N(t,t+t)}{N_0}$
Probabilitatea stationara de functionare	$R=\lim_{t\to\infty} p(t)$	$R^*=\frac{N(t,\infty)}{N_0}$
Probabilitatea stationara de defectare	q = 1 – p	$q^*=\frac{n(t,\infty)}{N_0}$
n(t) – numarul de elemente care s-au defectat pâna la momentul t n'(t) – numarul de elemente nu s-au restabilit pâna la momentul t N_0 – numarul initial de elemente N(t) – numarul de elemente în functiune la momentul t		

În acest sens, este interesant de subliniat urmatoarele:1) *Fiabilitatea este un domeniu care are diferite sensuri pentru diferite categorii de specialisti;2) Definitia noastra este aceea ca fiabilitatea este o caracteristica a produsului care poate fi implantata (built into) în produsul respectiv, prin eforturi de stapânire a tuturor fazelor de conceptie, proiectare, fabricatie si exploatare.*

2. Fiabilitatea sistemelor complexe

În teoria fiabilitatii exista mai multe tipuri de sisteme ce sunt folosite pentru modelarea situatiilor concrete si unul dintre cele mai fundamentate este sistemul *k pe n*. Un asemenea sistem este compus din n componente si functioneaza daca cel putin k sunt la parametrii de functionare. De exemplu, un sistem paralel este un sistem *1 pe n* si un sistem serie este un sistem *n pe n.*

Se noteaza $t = t(T_1,...,T_n)$ durata de viata a unui sistem ce este format din n componente cu duratele de viata $(T_1,...,T_n)$ si, în particular, se foloseste notatia $t_{k|n}$ pentru reprezentarea duratei de viata a unui sistem *k pe n* în care componentele au duratele de viata **T=** $(T_1,...,T_n)$. Se constata ca $t_{k|n} = T_{(n-k-1)}$ unde $T_{(1)} \le ... \le T_{(n)}$ sunt statisticile de ordine ale vectorului **T.** În teoria fiabilitatii se considera în mod curent satisfacuta ipoteza de independenta a functionarii componentelor. Daca din punct de vedere matematica este simplu de realizat un asemenea sistem, în realitate este practic imposibil de regasit un asemenea sistem, întrucât componentele sunt în mod natural dependente din diverse motive (de exemplu, aceste componente evoluiaza într-un mediu aleator comun). De aceea, în teoria fiabilitatii au fost dezvoltate diverse metode pentru a surprinde aceste dependente din cadrul unui sistem complex. Amintim aici tehnicile bayesiene, mixturi de distributii (ca de exemplu lucrarea lui Curri si Singpurwalla [1988]).

Proprietatile stochastice ale duratei de viata t ale unui sistem este de un interes considerabil în toate sistemele de fiabilitate. Astfel, se pune probleme de a stabili daca prin schimbarea arhitecturii unui sistem se schimba performantele de fiabilitate ale unui sistem. În egala masura se pune problema stabilirii dependentei duratei unui sistem complex de duratele de viata a componentelor sale sau de a urmari în ce masura modificarea performantelor unuei componente antreneaza schimbari ale performantelor sistemului în ansamblu.

Conceptul *ordin stochastic* permite de a compara duratele de viata ale sistemelor complexe. Daca X reprezinta o durata de viata aleatoare, se noteaza:

$F_X(t) = \mathrm{Pr}ob[X \le t]$, functia de distributie;

$S_X(t) = 1 - F_X(t)$ functia de supravietuire sau fiabilitate; $f_X(t)$ densitatea si $r_X(t) = f_X(t)/S_X(t)$ rata caderilor care asigura o caracterizare eficienta a duratei de viata a unui sistem complex. Dealtfel, rata caderilor ete un indicator de prima importanta în caracterizarea fiabilitatii unui sistem. Consederam ca se doreste compararea duratelor de viata a doua sisteme, ale caror durate de viata sunt caracterizate prin variabilele X si Y. Pentru atingerea acestui obiectiv pot fi folosite mai multe abordari. Prezentam în cele ce urmeaza, patru dintre aceste abordari.

Se spune ca variabila aleatoare Y este mai mare decât variabila aleatoare X în *ordin stocastic uzual*, si se noteaza prin $(X \le_{st} Y)$, daca este satisfacuta inegalitatea $S_X(t) \le S_Y(t)$ pentru orice t. Altfel spus, pentru orice t, Y are mai multe sanse de a functiona decât Y.

Acest ordin partial între variabile aleatoare furnizeaza un mediu net si clar pentru a compara douã durate de viata, dar se pune problema de a realiza ce se întâmpla când o duradã de viata (de exemplu pentru Renault) este cea mai buna în raport cu alta (de exemplu Nissan). Daca analiza se realizeaza în sensul ordinului stochastic usual, atunci pentru fiecare data t specificata, durata la Renault are mai multe sanse de a depasi momentrul t, decât Nissan.

În practica se recurge la comparatii mult mai exacte între doua produse, în raport cu gradul de fiabilitate al acestora. De exemplu, stiind ca cele doua autoturisme sunt fara reparatii, în buna functiune, la data t_0, se pune problema de a stabili daca în anul care urmeaza Renaul are sanse mai mici de a se defecta decât Nissan. Se spune în acest caz ca daca durata de viata a lui Y este superioara duratei de viata a lui X, atunci Y este superior lui X în sensul *ordinului ratei caderilor.* Se scrie aceasta

prin relatia de ordine $X \leq_{hr} Y$. În alta ordine de idei rata caderilor lui Y este inferioara ratei caderilor lui X in fiecare punct ($r_Y(t) \leq r_X(t)$ pentru orice t). Aceasta este echivalent cu faptul ca raportul functiilor de supravietuire este o functie crescatoare în t, deci functia $S_Y(t)/S_X(t)$ este crescatoare în raport cu variabila timp.
Se spune ca Y este mai mare decât X în *ordinul maximului verosimilitatii*, ceea ce se scrie sub forma $X \leq_{lr} Y$, daca $f_Y(t)/f_X(t)$ este o functie crescatoare în raport cu variabila timp. Acest ordin de discriminare este mult mai puternic decât ordinul ratei caderilor. Dealtfel, urmarind cele doua definitii se poate demonstra fara dificultate ca între cele trei tipuri de discriminari se verifica urmatoarele implicatii: $X \leq_{lr} Y \Rightarrow X \leq_{hr} Y \Rightarrow X \leq_{st} Y$.
Se spune ca Y este mai mare decât X în *ordin dispersiv*, ceea ce se noteaza prin $X \leq_{disp} Y$, daca este satisfacuta proprietatea urmatoare: $F_X^{-1}(b) - F_X^{-1}(a) \leq F_Y^{-1}(b) - F_Y^{-1}(a)$ pentru oricare parametrii care satisfac relatia de ordine $0 \leq a < b \leq 1$.
În lucrarile Shaked si Shanthikumar (1994), Boland (1998) sunt prezentate o serie de analize pentru a deduce diferentele de ordin teoretic si practic între diferite notiuni de ordin stochastic.
O problema importanta în fiabilitatea sistemelor este de a determina care sunt ordinele stochastice pe care le are un sistem când sunt efectuate o serie de schimbari asupra sistemului sau când elementele sunt regrupate în cadrul sistemului. Un aspect important al acestei probleme este de a urmarii care este impactul redondantei asupra sistemului. Dealtfe, un mijloc clasic pentru ameliorarea functionarii unui sistem este inducerea unui anumit grad de redundanta în cadrul sistemului. De exemplu, se poate introduce o componenta suplimentara, în paralel cu o alta sau un modul în cadrul sistemului original. *O redundanta activa sau paralela duce la ameliorarea duratei de viata a sistemului, dar se pune problema cu ce cheltuieli si daca aceasta se justifica din punct de vedere economic*. În Xie si Lai (1996) se arata ca ameliorarea în termeni de durata de viata medie descreste când numarul componentelor redundante creste. Dealtfel, un rezultat clasic arata ca redundanta la nivel de componenta este cea mai buna, în sens stochastic uzual, decât redundanta la nivel de sistem. Daca **T**= $(T_1,...,T_n)$. sunt duratele de viata ale componentelor independente de durata de viata a sistemului t si **T***= $(T_1^*,...,T_n^*)$ sunt duratele de viata a celor n componente schimbate în mod independent, atunci $t(T) \vee t(T^*)$ este durata de viata a noului sistem ce utilizeaza componentele secundare **T*** pentru formarea unei copii a sistemului original si legarea în paralel cu cu acesta (redundanta paralela la nivelul sistemului). $t(T \vee T^*)$ este durata de viata dupa ce a i componenta din **T*** a fost contacta la a i componenta a sistemului original (redundanta paralela la nivel de componenta).
Potrivit Barlow si Proschan (1981) se verifica inegalitatea $t(T) \vee t(T^*) \leq_{st} t(T \vee T^*)$
Boland si El-Neweihi (1995) au aratat ca în general, acest principiu nu tine seama de ordinul coeficientului caderilor, dar când componentele si elementele secundare sunt independente si identic distribuite atunci: $t_{k|n}(T) \vee t_{k|n}(T^*) \leq_{hr} t_{k|n}(T \vee T^*)$.
Utilizând conceptul de *semnal de sistem* Kochar [1999] a demonstrat relatia de mai sus. Semnalul sistemului ce este definit prin intermediul vectorului $t = t(T_1,...,T_n)$ este vectorul de probabilitate **p**= $=(p_1,...,p_n)$, cu $p_i = Prob[t = T_{(i)}]$ pentru toti inditii $i=1,\ldots,n$.
În teoria fiabilitatii se foloseste în mod curent suma de variabile aleatoare independente. Se considera, de exemplu, ca atunci când o componenta cade în pana, o componenta de rezerva intra instantaneu în functiune. O asemenea componenta se numeste *pasiva sau o componenta în redundanta pasiva.* Daca T_1 este durata de viata a componente originale si daca celalalte *n-1* componente redundante pozitive, cu dura-

tele de viata respectiv egale cu $T_2,\ldots,T_n$, atunci convolutia $\sum_{i=1}^{n} T_i$ reprezinta durata de viata care rezulta. Consideram ca fiecare T_i are o distributie exponentiala de parametru l_i.

Un numar considerabil de cercetari recente au ca scop de a stabili inegalitatile stochastice pentru convolutia $\sum_{i=1}^{n} T_i$ în raport cu ordinele ratei caderilor si a celui dispersiv. Boland [1994] a aratat ca daca se considera $l = (l_1,\ldots,l_n) \geq_m (l_1^*,\ldots,l^*_n) = l^*$ (ceea ce semnifica ca l este mai dispersata decât l^*), atunci $\sum_{i=1}^{n} T_i \geq_{tr} \sum_{i=1}^{n} T^*_i$. Daca $\overline{l} = \sum_{i=1}^{n} l_i / n$ si $\overline{T}$ este o exponentiala de acest parametru, atunci, în particular $\sum_{i=1}^{n} T_i \geq_{hr} G(n,\overline{l})$; aceasta furnizeaza o borna superioara a functiei ratei caderilor de suma $\sum_{i=1}^{n} T_i$. Bon si Paltanca (1999) au dezvoltat acest rezultat si a gasit ca cea mai bun majorare superioara de tipul distributiei Gama pentru functia ratei caderilor a $\sum_{i=1}^{n} T_i$ este data de distributia $G(n,\overline{l})$ unde $\overline{l} = \sqrt[n]{l_1 \ldots l_n}$. Printre alte inegalitati în cadrul lucrarii citate se furnizeaza o borna inferioara pentru rata caderilor convolutiei $\sum_{i=1}^{n} T_i$, aratând ca este satisfacuta inegalitatea $\Gamma(n, l_{[t]}) \geq_{hr} \sum_{i=1}^{n} T_i$. Kochar si Ma (1999) au demonstrat ca daca este îndeplinita inegalitatea

$$l = (l_1,\ldots,l_n) \geq_m (l_1^*,\ldots,l^*_n) = l^*,$$

atunci $\sum_{i=1}^{n} T_i \geq_{disp} \sum_{i=1}^{n} T^*_i$. Se obtine în particular o borna inferioara pentru varianta convolutiei $\sum_{i=1}^{n} T_i$ ca fiind egala cu varianta repartitiei $G(n,\overline{l})$.

3. Compararea politicilor de mentenanta pentru sistemele multi-componente si cu dregadare continua

Un sistem este *degradabil* daca functia de fiabilitate asociata unei operatii (misiuni) x, initializata la vârsta t a sistemului, este mai mica decât functia de fiabilitate în (0, x), oricare ar fi vârsta t a acestuia si durata operatiei executate, x. Adica R(t, t + x) < R(x), t, x ≥ 0.

Aceasta relatie înseamna de fapt ca un sistem degradabil, care a fost utilizat este inferior unui nou. Se noteaza (dupa Barlow-Proschan) NBU (New Better than Used – nou, mai bun decât folosit). Un sistem IFR este NBU, dar iarasi reciproca nu este adevarata.

Analog, un sistem este *nedegradabil* daca are loc relatia R(t, t + x) > R(x), t, x ≥ 0. (notatia este similara NWU – New Worse than Used, adica nou, mai prost decât folosit).

Un sistem este *degradabil în medie* daca media timpului de functionare ramas este mai mica decât media timpului de functionare a sistemului E(t) < µ, sau echivalent dacã $\int_0^{\infty} R(t,t+x)dx < \int_0^{\infty} R(x)dx$ sau înca $\int_t^{\infty} R(x)dx < \mu R(t)$. În mod analog se definesc *sistemele nedegradabile în medie* E(t) > µ. Notatiile uzuale sunt NBUE (New Better than Used in Expectation – în medie, mai bun nou decât folosit) si respectiv NWUE (New Worse than Used Expectation – în medie, mai prost nou decât folosit). Asadar, avem sirurile de implicatii

IFR Þ IFRA Þ NBU Þ NBUE

DFR Þ DFRA Þ NWU Þ NWUE.

Începând cu anii 50, modelarea si optimizarea politicii de mentenanta a fost continu dezvoltata. În acest rastimp au aparut numeroase lucrari modelelor de mentenanta pentru sistemele mono-component. Dar, complexitatea sistemelor industriale antreneaza dependente între mentenantele componentelor sistemului complex. În diverse lucrari [Cho&Parlar-1991; Dekker, Van der Duyn Schouten&Wildeman-1997; Wildeman-1996] *au aratat ca diverse regrupari ale componentelor unui sistem pentru efectuarea operatiei de mentenanta va duce la scaderea costului acestei operatii.* Modelul de mentenanta care este propus în cele ce urmeaza se aplica sistemelor cu mai multe componente, iar deciziile sunt bazate pe cunoasterea starilor curente a acestor componente.

În [Berenguer, Chu&Grall-1997] s-a dezvoltat un model de politica de mentenanta conditionata, ce are un suport de timp discret pentru sisteme constituite dintr-o singura componenta cu degradare continua. Degradarea sistemului este rezumata printr-o variabila $x(t)$, continua, crescatoare de la 1 la o stare finita *L*. Acest model este bazat pe o structura de politica de limitare a controlului pe mai multe nivele si nivelurile de decizie $x_i, i=1,...,n$,ale politicii de mentenanta trebuie sa optimizeze de maniera de a minimiza costul mediu al mentenantei pe termen lung.

Numai inspectiile permit cunoasterea starilor curente ale sistemului si decizia se face urmarind aceste valori. O pana a sistemului este imediat detectata si sistemul este reparat la t_k, cu un cost egal cu C_{CORR}. Dupa o inspectie amanuntita a sistemului regula de decizie a sistemului este:

- Daca $x_t \le x(t) < x_{t+1}$, pentru $1 \le l < n$, urmatoarea inspectie este programata la *n-l* perioade de timp mai târziu. În aceste conditii costul inspectiei este egal cu C_{INSP}.
- Daca $x_t \le x(t_k) < L$, se înlocuie componenta preventiv cu costul C_{PREV}. Sistemul este considerat ca nou, iar urmatoarea inspectie este prevazuta la *n* perioade urmatoare.

Fiecare cost de operare se descompune în *cost de punere în lucru* si un *cost unitar*. Relatia de calcul a acestor costuri sunt urmatoarele:

$$C_{INSP} = C_{si} + C_i$$
$$C_{PREV} = C_{sr} + C_p$$
$$C_{CORR} = C_{sr} + C_c$$

Aceste costuri satisfac urmatoarele relatii de calcul: $C_{INSP} < C_{PREV} < C_{CORR}$ si $C_{si} < C_{sr}$.

Costul mediu de mentenanta este calculat prin relatia:

$$C(x_1,...,x_n) = C_{INSP} \cdot p_i + C_{PREV} \cdot p_p + C_{CORR} \cdot p_c,$$

unde p_i, p_p si p_c sunt respectiv probabilitatile de efectuare a fiecarei operatii.

În lucrarile autorilor Berenguer, sunt prezentate doua extensii ale modelului mono-component pentru un sistem format din doua componente. Aceasta politica de mentenanta este constituita din doua componente. **Etapa I.** În aceasta prima etapa se optimizeaza pentru fiecare componenta modelul mono-component asociat. **Etapa a II-a.** Sunt introduse reguli de decizie tinând cont de starea fiecarei componente în parte.

Politica costului pereche este o combinatie a modelelor mono-componente unde costul de punere în functiune nu este luat în consideratie decât o singura data, daca datele mentenantelor coincid.

Politica de înlocuire fortata este caracterizata prin introducerea unui nou nivel de decizie pentru fiecare componenta, $V_j, j=1,2$. La momentul t_k, o componenta este înlocuita iar cealalta este inspectata. Daca masura starii componentei vizate este superioara nivelului V_j corespunzator, se impune o înlocuire preventiva asupra acestei componente. Datele cu privire la operatiile viitoare sunt reactualizate urmând regula mono-componenta.

Politica inspectiilor fortate este o extensie a politicii precedente. Când o înlocuire este efectuata asupra unei componente, cealalta componenta este în obligatoriu vizata. Regula de înlocuire ramâne identica cu cea de la politica de înlocuire fortata.

Politica inspectiei pereche permite regruparea inspectiilor celor doua componente: o singura data inspectia este determinata printr-o analiza totala a sistemului. Ca si în cazul politicii precedente, nivelurile $V_j\ j=1,2$ delimiteaza zonele de înlocuire preventive fortate.

Influenta vitezelor degradarii. Costul mediu al mentenantei este dependent de ecartul vitezelor de degradare a componentelor. Mentenantele fortate sunt caracterizate printr-o crestere a mentenantelor componentelor cu degradare lenta.

Influenta costurilor de punere în functiune. Se aleg viteze de degradare identice si constante. Urmarind descompunerea costurilor operatiilor de mentenanta, studiul efectele costurilor de punere în functiune este bazat pe variatia raportului cost de punere în functiune/cost unitar.

Variatia costului C_{sr}. Cresterea raportului C_{sr} / C_p antreneaza o diminuare a costurilor medii pentru politicile de mentenanta fortate înaintea modelului costului pereche. Numarul înlocuirilor pereche creste. Se impune componentelor conditia de a avea o istorie similara.

Variatia costului C_{si}. Când raportul C_{si} / C_i creste, diferenta între costul mediu pentru politicile mentenantei fortate si cele ale costului pereche ramân pozitive. Diminuarea numarului înlocuirilor fortate observate arata o diminuare a dependentelor dintere mentenante.

Compararea politicilor de mentenanta. *Introducerea unui prag al mentenantelor fortate permite reducerea costului de mentenanta.* Aceasta este coerenta cu optimalitatea structurilor cu limitarea controlului pentru politicile cu inspectari sistematice asupra sistemelor multiple cu degradare continua [Wolff-1996]. *Politica cu înlocuire fortata este net mai putin performanta, decât politicile cu inspectii fortate si pereche.* Pentru componentele ce au caracteristici de degradare vecine, se da un surplus de informatie prin inspectii pereche sau fortate ce permit o reducere a costului mediu de mentenanta. Politicile inspectiilor fortate si inspectiilor pereche se comporta de o maniera analoaga: aceleasi costuri optimale si aceleasi regiuni optimale de mentenanta.

4. Descrierea sistemului si politica de mentenanta preventiva

Se considera ca sistemul are un numar finit de stari de functionare posibile. Acestea sunt notate prin 1 la m. Starea de nefunctionare ce corespunde aparitiei unei defectiuni se noteaza prin $m+1$. Se poate considera ca starile de la 1 la m corespund acelor stari ce induc sistemului o degradare continua. Pentru început sistemul este considerat în starea de functionare, iar acesta evoluiaza într-o maniera markoviana. Repararea sistemului începe o data cu caderea sistemului de productie în pana si acest proces are o durata aleatoare ce depinde în mod unic de starea sistemului din momentul penei.

În aceste conditii pornirile sistemului dupa o operatie de reparare sunt controlate printr-un anumit vector de probabilitate pe $\{1,2,....,m\}$, fixat. Se considera, în egala masura ca sistemul se defecteaza într-un timp finit. Se noteaza prin (X_t^1) procesul markovian care descrie starea sistemului pâna la prima defectiune din evolutia sistemului. Acest sistem este supus la politica de mentenanta preventiva urmatoare. Fie $r_1, r_2,..., r_m$ legi de probabilitate pe R_+, ce au medii finite si nenule. Se considera p un numar întreg fixat, $1 \le p \le m-1$, si $M_{p+1}, M_{p+2},....,M_m$ variabile aleatoare independente, de medii finite. Sistemul este inspectat instantaneu la momentele $S_1, S_2,..., S_n$. Acestea sunt definite prin recurenta dupa cum urmeaza: S_1 este o variabila aleatoare independenta de evolutia sistemului, de lege de repartitie $r_{X_0^1}$, unde $X_0^1 \in \{1,2,...,m\}$. Pentru un $n \in N^*$ se obtin rezultatele urmatoare:

- Daca $X_{S_n}^1 \in \{1,2,...,p\}$, atunci sistemul este într-o stare de functionare denumita "sare de buna functionare". Atunci acesta este lasat sa functioneze si va fi inspectat la un nou moment ce este definit prin intermediul relatiei $S_{n+1} = S_n + U^{(n)}$, unde $U^{(n)}$ este o variabila aleatoare independenta de evolutia sistemului dinainte de S_n, iar legea de repartitie este $r_{X_{S_n}^1}$.
- Daca $X_{S_n}^1 \in \{p+1, p+2,...,m\}$, atunci sistemul este în functiune dar într-o stare "de slaba functionare". În aceste conditii se începe o operatie de mentenanta cu durata aleatoare independenta de evolutia sistemului de dinainte de momentul S_n. Se noteaza legea acestei variabile prin $M_{X_{s_n}^1}$.

- Daca $X^1_{S_n} = m+1$, atunci sistemul este în pana, în curs de a fi reparat. Se finalizeaza operatia de reparare fara a face o noua inspectie pentru depistarea eventualelor defectiuni.

Deoarece pentru reparatiile initiale s-a recurs la o operatie de mentenanta, sistemul este într-o stare de functionare, iar aceasta nu depinde de evolutia anterioara a sistemului. Se considera ca repornirea sistemului este controlata printr-un vector de probabilitati pe $\{1,2,...,m\}$ fixata. Dupa o perioada de oprire, deci dupa o operatie de reparare sau mentenanta, se reinitializeaza succesiunea de inspectii asupra sistemului, deci se începe o noua serie de inspectii, ce se definesc prin recurenta de o maniera asemanatoare cu cea descrisa mai sus. Pentru sistem si pentru politica de mentenanta care a fost acceptata problema principala este de a studia "costul mediu asimptotic". Modelarea sistemului si a politicii de mentenanta preventiva ce este propusa în cadrul lucrarii este asemanatoare cu cea propusa de C. Cocozza-Thivent [1].

5. Costul mediu asimptotic

Se noteaza prin $C(t)$ costul exploatarii sistemului în intervalul de timp $[0,t]$. În cadrul acestui cost de exploatare sunt cuprinse urmatoarele costuri:

- Costul orar al imobilizarii sistemului, pentru o operatie de mentenanta sau de reparare;
- Costul solicitat de efectuarea unei inspectii;
- Costul fix al oparatiei de mentenanta care este efectuata începând cu starile $j \in \{p+1,...,m\}$ ale sistemului. În cadrul acestui cost sunt incluse costurile ocazionate de schimbarea unor piese si eventuarea lor deplasare;
- Costul orar al unei operatii de mentenanta care are durata M_j si care este efectuata începând de la o stare $j \in \{p+1,...,m\}$ a sistemului.
- Costul fix al unei operatii care se efectuiaza începând de la o stare $j \in \{1,...,m\}$ a sistemului;
- Costul orar al unei operatii ce este efectuata începând de la o stare $j \in \{1,...,m\}$ a sistemului.

Definitia 1. Se numeste cost "mediu", costul de exploatare pe unitatea de timp. Acesta se calculeaza prin intermediul relatiei: $\overline{C}(t) = \frac{C(t)}{t}$

Definitia 2. Se numeste "costul mediu asimptotic" costul pe unitatea de timp în regim stationar. Acesta este definit prin: $C = \lim_{t\to\infty} \frac{E(C(t))}{t}$,daca aceasta limita exista.

Cost mediu asimptotic exista, iar existenta acestuia are la baza caracterul semi-regenerativ a sistemului care descrie evolutia sistemului supus politicii de mentenanta preventiva. De fapt, este clar ca, dupa o perioada de oprire, evolutia sistemului nu depinde, decât de starea sistemului în momentul repornirii. Din acest motiv, calculele din cadrul politicii de mentenanta preventiva fac apel la proprietatile lanturilor Markov care descriu evolutia sistemului.

Se considera ca, în acest caz, costurile inspectiei sunt nule. Se demonstreaza atunci ca, daca repornirea sistemului dupa o operatie de mentenanta mai putin "buna" decât dupa o operatie corespunzatoare si daca starile de la $p+1$ la m sunt mai degradate decât starea medie de repornire dupa o reparatie, atunci daca duratele medii de mentenanta nu sunt "prea lungi", politica de mentenanta preventiva amelioreaza costul mediu asimptotic.

Bibliografie

1. Bainbridge, L., (1995): *Difficulties and errors in complex dynamic tasks*, European Meeting on "Prevension of Human errors", Cardiff, 30-31 March
2. Ball, L.W., *Reliability problems in the U.S.* Proc. Of 15-th EOQC Annual Congress, Vol. IV, p. 175-188, Moscow
3. Bârsan, N., Isaic-Maniu, Al., Voda, V., (1999): *An Extensive Study of the*

Homographic Hazard Rate Variable, Economic Computation and Economic Cybernetic Studies and Research, Nr. 1-4, p. 5-15
4. Dorin, C.Al., Isaic-Maniu, Al., Voda, V., (1994): *Probleme statistice ale fiabilitatii,* Ed. Economica
5. Faverge, J.M., (1970): *L'homme, agent d'ifiabilite et de fiabilite du processus industriel,* 'Ergonomics', Nr 3, p. 301-327
6. Iosif Gheorghe, (1966): *Fiabilitatea umana,* Ed. Studenteasca, Bucuresti
7. Isaic-Maniu, Al., (1996): *On some New statistical Distributions to Be Used in Reability Analysis,* Economic Computation and Economic Cybernetic Studies and Research, Nr. 1-4, p. 59-66
8. Isaic-Maniu, Al., (1998): *Decision Procedures in Statistical Process Control,* Economic Computation and Economic Cybernetic Studies and Research, Nr. 1-4, p. 49-58
9. Isaic-Maniu, Al., (1998): *Locul si rolul modelului Weibull în statistica aplicata,* Revista Români de Statistica, Nr. 4, p. 20-24
10. Isaic-Maniu, Al., (1999): *Analiza fiabilitatii pe baza modelului lui Weibull,* Q-Medio, Nr. 4, p. 57-59
11. Isaic-Maniu, Al., (2000): *Modelul log-normal în analiza fiabilitatii produselor,* Tribuna Calitatii, Anul V, Nr. 9, p. 15-16
12. Isaic-Maniu, Al., Vod[, Gh. V., (1987): *A method for the analysis of subunitary values,* Economic Computation and Economic Cybernetic Studies and Research, XXII, Nr. 3, p. 53-60
13. Isaic-Maniu, Al., Voda, V., (1980): *Asupra unei repartitii unidimensionale cu aplicatii în fiabilitate,* Studii si Cercetari de Calcul Economic si Cibernetica Economica, Vol XIV, in nr. 3, p. 85-93
14. Isaic-Maniu, Al., Voda, V., (1981): *Aplicatii în fiabilitate ale unei repartitii de tip Gamma,* Revista de Statistica, Nr. 11, p 27-30
15. Isaic-Maniu, Al., Voda, V., (1997): *Asupra unei intensitati a defectarilor de tip hyperbolic*, Studii si Cercetari de Calcul Economic si Cibernetica Economica, Nr. 4, p. 33-39
16. Isaic-Maniu, Al., Voda, V., (1997): *How to Detect the Starting Time of Mass-Failures?,* Economic Computation and Economic Cybernetic Studies and Research, Nr. 1-4, p. 63-69
17. Isaic-Maniu, Al., Voda, V., (1997): *Manualul calitatii, Ed. Economica*
18. Isaic-Maniu, Al., Voda, V., (1998): *Noi inferente asupra repartitiei Pareto,* Studii si Cercetari de Calcul Economic si Cibernetica Economica, Nr. 2, p. 5-13
19. Isaic-Maniu, Al., Voda, V., (2000): *Rayleigh Distribution Revisited,* Economic Computation and Economic Cybernetic Studies and Research, Nr. 1-4, p. 27-31
20. Leplat, J., (1993): *Ergonomic et activites collectives,* Revue roum. de psyhologie, Nr. 1, p. 103-118
21. Leplat, J., (1995): *Cause et risqué dans l'analyse des accidents,* Revue roum de psychologie, nr1, p. 9-24
22. Olaru, M., Isaic-Maniu, Al., Lefter, V., Pop, Al. N., (2000): *Tehnici si instrumente utilizate în managementul calitatii,* Ed. Economica, Bucuresti
23. Reason, J., (1990): *Human error,* Cambridge University Press, UK
24. Terssae, G., Chabaud, C., (1990): *Referential operatif commun et fiabilite,* Ed. Octares
25. Tovissi, L., Isaic-Maniu, Al., (1975): *Estimarea legii de repartitie a fiabilitatatii produselor cu regim de functionare stationara si fara memorie,* Revista de statistica, Nr. 6, p.11-18
26. Tovissi, L., Voda, V., (1978): *Metode rapide de erificare a normalitatii datelor experimentale* Revista de Statistica, Anul XXVI, Nr. 8, p 52-59
27. Voda, V.Gh., (1981): *Asupra uneirepartitii care apare în studiul fiabilitatii sistemelor cu parametru determinat reglabil,* Studii, Cercetari Matematice, Anul 33, Nr. 5, p. 565-569