

Negocierea firma-sindicat, ca un joc cooperativ

Lect.dr. Stelian STANCU, lect.dr. Dorin MITRUT
Catedra de Cibernetica Economica, A.S.E. Bucuresti
Asist.dr. Catalina COCIANU
Catedra de Informatica Economica, A.S.E. Bucuresti

Articolul prezinta modul de negociere a raportului firma-sindicat, privita ca un joc cooperativ. J. Nash argumenteaza ca o solutie de negociere trebuie sa satisfaca patru cerinte rezonabile, aratând ca exista doar o singura regula-solutie de negociere Nash-care satisface aceste cerinte. De remarcat ca solutia de negociere Nash este o solutie pentru jocurile de negociere cooperative si ea nu trebuie confundata cu echilibrul Nash care este o solutie utilizata în jocurile necooperative.

Cuvinte cheie: negociere, firma, sindicat, acord,dezacord,contract, agent, joc, recompensa, risc, joc cooperativ, modelare, echilibru Nash.

Jocul cooperativ, abordat din perspectiva modelarii negocierii, poate fi aplicat în contexte foarte diferite, deci are un cadru larg de utilizare. Vom nota cu MTA -multi-mea tuturor perechilor de actiuni pe care le pot lua cei doi participanti la negociere.

Consideram cei doi participanti la negociere ca fiind firma (F) si sindicatul (S), care pot face un acord în interiorul unui set de posibile acorduri. Vom nota cu A -multi-mea acordurilor posibile între cele doua parti la negociere. A poate fi considerat un set de combinatii, ca spre exemplu salariu-nivel de angajare, dar pot fi considerate si alte combinatii de marimi asupra carora firma si sindicatul pot negocia. Bineînțeles $A \subset MTA$. Presupunând ca partile esueaza în procesul de negociere, rezultatul este evenimentul de dezacord. Evenimentul de dezacord " d " îl poate constitui nivelul de angajare zero¹ si nu o anumita plata catre muncitori.

Într-o forma relaxata, acest nivel de angajare poate fi luat altul decât zero, dar totusi sub nivelul la care spera sindicatul(de fapt nivelul de angajare ramâne cel de dinainte de desfasurarea acestei runde de negociere).

Vom nota cu D -multimea tuturor combinatiilor de dezacord, între participantii la ne-

gociere($d \in D$). În urma notatiilor facute avem ca $d=(x_F, x_S)$, cu x_F, x_S reprezentand variabilele asupra marimii carora se negociaza. Evident (x_F, x_S) este combinatie care nu va duce la un accord, în acest context, între cele doua parti. Avem de ase-menea ca $MTA=A \cup D$.

Preferintele negociatorilor cu privire la A si " d " sunt reprezentate prin functii de utilitate U_i , cu $i=F,S$. Vom plasa, astfel, restrictii mai puternice asupra preferintelor. Daca u_i si v_i reprezinta ambele preferinte individuale ale lui i , atunci v_i trebuie sa fie o transformare² liniara pozitiva a lui u_i : $v_i = \alpha_i + \beta_i u_i$ cu $\beta_i > 0$. Vom nota cu U setul combinatiilor de utilitate posibile care pot fi produse printr-un acord " a " din A :

$U = \{(u_F(a), u_S(a)) / a \in A\}$, unde $a = (u_F, u_S)$, cu u_F, u_S – reprezentând cele doua variabile asupra carora se negociaza.

Utilitatile de dezacord vor fi notate cu $u^d = u_i(d)$ cu $i=F,S$ si deci punctele de dezacord sunt de forma $u^d = (u_F^d, u_S^d)$. Daca presupunem ca negociatorii sunt preocupati doar de rezultatul negocierii si nu de procesul prin care acordul este obtinut, atitudinea lor pentru acord este reflectata în totalitate de utilitatile lor.

Cu alte cuvinte se presupune ca cele doua parti negociaza direct asupra nivelelor de utilitate, ceea ce în multe situatii conduce la un acord unic în A .

Vom impune câteva cerinte nu foarte restrictive asupra setului combinatiilor de utilitate posibile U .

Astfel:

a) U este închisa, marginita si convexa;

Faptul ca U este închisa înseamna ca ori-care ar fi $(u_F^h(a), u_S^h(a)) \in U$ $h=1,2,3,\dots$, cu $(u_F^h(a), u_S^h(a)) \rightarrow (u_F^0(a), u_S^0(a))$, pentru $h \rightarrow \infty$, atunci si $(u_F^0(a), u_S^0(a)) \in U$.

b) $u^d \in U'$;

În acest caz U' va avea deci forma $U' = \{(u_F(a), u_S(a)) / a \in A; (u_F^d, u_S^d) / d \in D\}$, sau altfel spus $U' = U \cup \{(u_F^d, u_S^d) / d \in D\}$.

c) exista cel puțin un $u = (u_F, u_S) \in U$ astfel încat $u_i > u_i^d$ pentru $i=F, S$.

Cerinta de închidere este satisfacuta daca A este închisa, ceea ce este valabil pentru numeroase situatii practice. Marginirea înseamna ca toate elementele din A determina o utilitate finita pentru ambii indivizi.

Presupunerea (b) înseamna ca partile pot cadea de acord sa obtina fiecare ceea ce ar fi obtinut daca nu ar fi existat nici-un acord, sau într-un joc de cuvinte *ele pot sa cada de acord sa nu fie de acord*.

Presupunerea (c) este necesara pentru a asigura ca jocul este interesant: daca nu exista nici-un acord care sa aduca ambelor parti o utilitate mai mare decât în cazul în care nu ar fi de acord, ele nu vor fi stimulate sa coopereze.

În concluzie, o problema de joc cooperativ de negociere este un set de combinatii U si un punct de dezacord u^d satisfacând cerintele anterioare. O solutie de negociere este o regula care poate fi aplicata tuturor problemelor de negociere pentru a alege un punct unic în U ca rezultat. Formal, o solutie de negociere este o functie "s" din setul (U, u^d) într-un punct $(s_F, s_S) = (s_F(U, u^d), s_S(U, u^d))$ din U .

1. Solutia de acord Nash

J. Nash argumenteaza ca o solutie de negociere trebuie sa satisfaca patru cerinte rezonabile, aratând ca exista doar o singura regula-solutie de negociere Nash-care satisface aceste cerinte.

De remarcat ca solutia de negociere Nash este o solutie pentru jocurile de negociere cooperative si ea nu trebuie confundata cu echilibrul Nash care este o solutie utilizata în jocurile necooperative.

1) Eficienta- nu trebuie sa existe un alt acord fezabil care sa aduca în final o îmbunatatire cel puțin pentru una dintre parti, fata de rezultatul ales în cazurile solutiei.

Formal, nu trebuie sa existe $u \in U$ astfel încat $u_i \geq s_i(U, u^d)$, oricare ar fi $i=F, S$ si relatia sa se realizeze strict cel puțin una dintre parti. Deci solutia de accord Nash este un optim Pareto. Fie x_F, x_S reprezentând nivelul de angajare, respectiv salariul si restrictiile de utilitate. Conditii de acceptare a contractului sunt:

$$\begin{aligned} &U_F(x_F, \\ x_S) &= a_0 \sqrt{x_F^2 - x_S^2 + a} + a_F \geq u_F \end{aligned} \quad (*)$$

$$\begin{aligned} &U_S(x_F, \\ x_S) &= b_0 \sqrt{-x_F^2 + x_S^2 + (1-a)} + a_S \geq u_S, \text{ unde} \\ &u_F, u_S \text{ reprezinta nivelurile minim acceptate.} \end{aligned}$$

Ridicând la patrat relatiile (*), obtinem

$$\begin{aligned} (u_F - a_F)^2 &\leq a_0^2 x_F^2 - a_0^2 x_S^2 + a a_0^2 \\ (u_S - a_S)^2 &\leq -b_0^2 x_F^2 + b_0^2 x_S^2 + (1-a) b_0^2. \end{aligned}$$

Înmultim ultimele doua relatii cu b_0^2 , respectiv a_0^2 si obtinem:

$$\begin{aligned} b_0^2 (u_F - a_F)^2 + a_0^2 (u_S - a_S)^2 &\leq a_0^2 b_0^2, \text{ de} \\ \text{unde: } \frac{(u_F - a_F)^2}{a_0^2} + \frac{(u_S - a_S)^2}{b_0^2} &\leq 1 \end{aligned}$$

care nu este altceva decât interiorul si bineînțelese frontiera unei elipse.

Asociind ultimei relatii egalitatea, obtinem

$$\frac{(u_F - a_F)^2}{a_0^2} + \frac{(u_S - a_S)^2}{b_0^2} = 1.$$

Avem: -pentru $u_F = a_F$, rezulta ca $(u_S - a_S)^2 = b_0^2$, sau echivalent $u_S = a_S \pm b_0$;

-pentru $u_S = a_S$, rezulta $ca(u_F - a_F)^2 = a_0^2$,
sau echivalent $u_F = a_F \pm a_0$.

Vom lua multimea:

$$U = \{(u_F, u_S) / \frac{(u_F - a_F)^2}{a_0^2} + \frac{(u_S - a_S)^2}{b_0^2} \leq 1\}.$$

Determinarea lui $u^d = (u_F^d, u_S^d)$

$$\text{Din } \frac{(u_F - a_F)^2}{a_0^2} + \frac{(u_S - a_S)^2}{b_0^2} = 1 \text{ avem}$$

$$b_0^2(u_F - a_F)^2 + a_0^2(u_S - a_S)^2 = a_0^2 b_0^2, \quad \text{de}$$

$$\text{unde: } (u_S - a_S)^2 = b_0^2 - \frac{b_0^2}{a_0^2}(u_F - a_F)^2 \text{ sau}$$

$$(u_S - a_S) = \pm \frac{b_0}{a_0} \sqrt{a_0^2 - (u_F - a_F)^2}.$$

Rezolvam problema de optim: $\frac{[\min]}{u_F}$

$$u_S = u_S(u_F) = a_S - \frac{b_0}{a_0} \sqrt{a_0^2 - (u_F - a_F)^2}.$$

Conditia necesara de optim este: $u'_S(u_F) = 0$,

$$\text{de unde rezulta: } \frac{b_0}{a_0} \frac{(u_F - a_F)}{2\sqrt{a_0^2 - (u_F - a_F)^2}} = 0.$$

Se obtine $u_F = a_F$. Deci $u_F^d = a_F$, de unde se deduce ca $u_S^d = a_S - b_0$.

Din $u_F^d = a_F$, $u_S^d = a_S - b_0$ si relatiile (*) se deduce ca urmatoarele relatii sunt adevarate:

$$a_0 \sqrt{x_F^2 - x_S^2 + a + a_F} \geq a_F$$

$$b_0 \sqrt{-x_F^2 + x_S^2 + (1-a) + a_S} \geq a_S - b_0.$$

Se observa de asemenea ca un alt punct de dezacord este:

$$u_F^d = a_F - a_0$$

$$u_S^d = a_S$$

si în general orice alt punct din $U - U$.

2) Invarianta liniara

Consideram doua jocuri de negociere (U, u^d) si (V, v^d) , unde al doilea joc este obtinut din primul prin transformarea functiilor de utilitate

$$\begin{aligned} U &= \{(u_S, u_F) / \frac{(u_F - a_F)^2}{a_0^2} + \frac{(u_S - a_F - b_0)^2}{b_0^2} \leq 1\} = \\ &= \{(u_S, u_F) / \frac{(u_F - a_F)^2}{a_0^2} + \frac{(u_S - a_F)^2}{b_0^2} - \frac{2(u_S - u_F)}{b_0} \leq 0\} = \\ &= \{(u_S, u_F) / \frac{(u_F - a_F)^2}{a_0^2} + \frac{(u_S - a_F)^2}{b_0^2} \leq \frac{2(u_S - u_F)}{b_0}\}. \end{aligned}$$

u_i în $v_i = \alpha_i + \beta_i u_i$, cu $\beta_i > 0$ si $i = F, S$. Cele doua jocuri au exact acelasi set de acorduri posibile A , acelasi punct de dezacord d si aceleasi preferinte pentru jucatori.

Singura diferenta dintre jocuri este reprezentarea numerica a preferintelor lor. Pare rezonabil sa cerem ca singurul efect al reetichetarii functiilor de utilitate sa fie reetichetarea solutiei în exact aceeasi forma: $s_i(V, v^d) = \alpha_i + \beta_i s_i(U, u^d)$, $i = F, S$.

Deci, cerinta de invarianta presupune ca solutia de acord sa nu fie afectata de reprezentarea numerica a preferintelor partilor, daca preferintele fundamentale sunt neschimbate. Aceasta este ilustrata în figura 1.a, unde u_F se transforma în $v_F = \alpha_F + u_F$, transformare ce modifica U cu V si u^d cu v^d . Solutia noului joc (V, v^d) este $s(V, v^d)$, care corespunde însa aceluiasi acord în A (figura 1.b).

Un joc de negociere se numeste *simetric* daca :

- $u_F^d = u_S^d$, astfel ca punctul de dezacord se afla pe prima bisectoare a axelor u_F, u_S ;
- U este simetric fata de prima bisectoare.

Notam ca daca $u_F^d \neq u_S^d$ atunci putem sa transformam u_F în $u_F^* = \alpha_F + u_F$, cu $\alpha_F = u_S^d - u_F^d$ pentru a obtine un joc cu punctul de dezacord pe linia de 45° .

Conform cerintei de invarianta, transformarea nu va afecta esential solutia jocului. De aceea, partea restrictiva din definitia simetriei ramâne conditia (b).

Pentru functiile de utilitate alese în (*), unde un punct de dezacord a fost $u_F^d = a_F$, $u_S^d = a_S - b_0$, din conditia de simetrie se obtine relatia $a_S - a_F = b_0$. Multimea U va fi în acest caz data de:

3) Simetria

Daca jocul de negociere este simetric, rezultatul solutiei trebuie sa se afle pe prima bisectoare, adica solutia de negociere pentru cei doi participanti coincide, $s_F(U, u^d) = s_S(U, u^d)$.

Jocul de negociere va fi simetric daca cei doi jucatori au preferinte identice în conditii identice. Pare rezonabil, de altfel, sa se impuna ca solutia procesului de negociere sa le ofere aceeasi utilitate celor doua parti.

Trebuie facuta totusi precizarea ca cerinta de simetrie elimina orice efect al abilitatii de negociere asupra solutiei. Orice diferenta în utilitatile partilor trebuie sa apara din diferentele dintre preferintele sau circumstantele in care participa la procesul de negociere.

4) Independenta alternativelor irelevante

Consideram doua jocuri de negociere (U, u^d) si (U^*, u^d) care difera prin preferinte. Daca solutia $s(U, u^d)$ a jocului (U, u^d) este în U^* , atunci cele doua jocuri au aceeași solutie $s(U^*, u^d) = s(U, u^d)$.

Independenta alternativelor irelevante necesita ca rezultatul negocierii sa fie neschimbat daca un acord, pe care partile nu-l fac, nu este în cele din urma fezabil. Aceasta cerinta pare rezonabila daca avem în vedere un proces de negociere pe care partile îl desfasoara gradual, de-a lungul setului de potentiale acorduri, pâna când în cele din urma ramâne doar unul. Pe de alta parte, putem crede ca este rezonabil ca rezultatul negocierii sa depinda de cel mai prost sau de cel mai bun rezultat fezabil pentru fiecare jucator, deoarece aceasta reflecta într-un fel "puterea de negociere". Regulile axiomei de independenta a variantelor irelevante elimina solutiile bazate pe acest fel de intuitii.

2. Aplicatie la modelul prezentat

Consideram problema de optimizare:

$$\max N(u_F, u_S) = (u_F - u_F^d)(u_S - u_S^d), \quad u_i \geq u_i^d,$$

$$u_F^d, u_S^d \quad i=F, S \quad (u_F, u_S) \in U \quad (1.)$$

obtinuta din jocul de negociere (U, u^d) .

Functia obiectiv $N(u_F, u_S)$ este produsul Nash. Ea este continua si quasiconcava.

Din presupunerea ca setul fezabil care maximizeaza produsul Nash nu este vid, in schimb este închis, marginit si convex, obtinem faptul ca solutia care optimizeaza exista si este unica. Vom nota solutia de negociere Nash a jocului de negociere (U, u^d) prin $s^N(U, u^d) = (s_F^N(U, u^d), s_S^N(U, u^d))$ unde $s_F^N(U, u^d)$ si $s_S^N(U, u^d)$ reprezinta valorile optime ale lui u_F si u_S care rezolva problema (1.).

Daca avem jocul (U^*, u^d) cu $U^* \subset U$, punctul de dezacord nu se modifica, deci contururile lui N nu sunt afectate. De altfel, s^N va maximiza N pe U^* si astfel independenta variantelor irelevante este verificata. Cerinta de simetrie este, de asemenea, verificata de solutia de negociere Nash. Daca $u_F^d = u_S^d$, contururile lui N vor fi simetrice în jurul primei bisectoare. Daca U este de asemenea simetrica în jurul liniei de 45° , solutia s^N va fi pe linia de 45° si astfel cerinta de simetrie este satisfacuta.

În continuare, vom demonstra ca invarianta liniara se mentine în cazul solutiei Nash.

Fie $v_i = \alpha_i + \beta_i u_i$, $\beta_i > 0$.

$$\begin{aligned} \text{Atunci: } N(v_F, v_S) &= [(\alpha_F + \beta_F u_F) - (\alpha_F + \beta_F u_F^d)] \\ &[(\alpha_S + \beta_S u_S) - (\alpha_S + \beta_S u_S^d)] = [\beta_F u_F - \\ &\beta_F u_F^d][\beta_S u_S - \beta_S u_S^d] = \beta_F \beta_S N(u_F, u_S). \end{aligned}$$

(2.)

Solutia problemei maximizarii produsului Nash $N(v_F, v_S)$, depinzând de $v \in V$, $v > v^d$, este $s^N(V, v^d)$. Deoarece $s^N(U, u^d)$ rezolva (1), avem: $N(s_F^N(U, u^d), s_S^N(U, u^d)) \geq N(u_F, u_S)$, $(\forall) (u_F, u_S) \in U$. (3.)

Relatiile (2) si (3) implica:

$$\begin{aligned} N(\alpha_F + \beta_F s_F^N(U, u^d), \alpha_S + \beta_S s_S^N(U, u^d)) &= \\ \beta_F \beta_S N(s_F^N(U, u^d), s_S^N(U, u^d)) &\geq \\ \beta_F \beta_S N(u_F, u_S) = N(\alpha_F + \beta_F u_F, \alpha_S + \beta_S u_S) &= N(v_F, v_S). \end{aligned}$$

De aceea, $s^N(V, v^d) = \alpha_i + \beta_i s_i^N(U, u^d)$, $i=F, S$ si cerinta este verificata.

În concluzie, solutia de negociere Nash satisface cele patru cerinte rezonabile. Mai mult, Nash a demonstrat ca solutia de negociere Nash este singura solutie de negociere care satisface pe deplin cele patru cerinte.

În particular, jocul de negociere cooperativ nu ne spune nimic despre faptul ca negocierea poate sa nu duca întotdeauna la acord. Pentru a modela dezacordul trebuie sa largim setul actiunilor cercetate pentru a include strategiile de negociere pe care ambele parti le adopta, precum si actiunile cu care sunt de acord. Aceste probleme vor fi studiate utilizând instrumente si concepte ale teoriei jocurilor necooperative.

Bibliografie

- [1] **Kreps D.**, *A Course in Microeconomic Theory*, Princeton University Press, 1990
- [2] **Laffont J.J.**, *Cours de theorie economique, II: Economie de l'incertain et de l'information*, Ed. Economica, Paris, 1988
- [3] **Laffont J.J., Tirole J.**, *A Theory of Incentives in Procurement and Regulation*, M.I.T. Press, 1993
- [4] **Salanie B.** *Teorie des contrats*, Ed. Economica, Paris, 1994
- [5] **Tirole J.**, *Industrial Organization*, M.I.T. Press, 1988