Modelarea comportamentului producatorului bazata pe tehnici fuzzy

Conf.dr. Vasile GEORGESCU
vgeo@central.ucv.ro, Universitatea din Craiova

Problema modelarii proceselor neliniare cu structura complexa si un numar mare de variabile continua sa reprezinte o provocare, chiar si în raport cu cele mai evoluate tehnici econometrice de estimare. Metodele traditionale, bazate în special pe regresia neliniara, nu ofera de regula o solutie adecvata la aceasta problema, mai cu seama atunci când forma functionala a modelului este necunoscuta si trebuie selectata intuitiv dintr-o paleta potential foarte larga de posibilitati. Lucrarea propune o metoda de estimare flexibila a modelelor econometrice, bazata pe logica fuzzy. Testarea acuratetei estimatiilor s-a facut pe exemplul unor dependente functionale complexe, care descriu comportamentul producatorului. Am comparat apoi acuratetea obtinuta cu cea rezultata în cazul aplicarii modelului parametric bazat pe functia translog (recunoscuta pentru flexibilitatea sa).
Cuvinte cheie: *modelare, econometrie, logica fuzzy, optimizare.*

Modelarea flexibila, prin metode traditionale si tehnici fuzzy

Potrivit acceptiunii traditionale a termenului, estimarea unui model nu poate fi realizata fara ca forma functionala a acestuia sa fi fost specificata ex ante. De regula însa, cunostiintele cerute de o asemenea specificare nu sunt disponibile, motiv pentru care se face apel doar la experienta sau intuitie. Noutatea esentiala a acestei lucrari consta în faptul ca ofera o modalitate comoda si eficienta pentru a depasi problema dificila ridicata de specificarea a priori a formei modelului econometric, înlocuind-o printr-o tehnica de modelare locala, deosebit de flexibila.

Econometricienii au considerat câteva criterii relevante pentru selectia formelor functionale: consistenta teoretica, domeniul de aplicabilitate, flexibilitatea, facilitatile calculatorii si conformitatea cu faptele. În particular, definirea conceptului de "flexibilitate" a concentrat un mare efort de cercetare.

Maniera clasica de a raspunde acestei provocari a fost aceea de a rafina metodele de estimare parametrica si de a furniza apriori specificatii suficient de elastice ale formelor functionale. În acesti termeni, flexibilitatea reprezinta capacitatea formei functionale, definita parametric (fie aceasta o functie de productie, o functie de profit sau o functie de cost) de a aproxima comportamente diverse, dar teoretic consistente, printr-o alegere adecvata a parametrilor. Una dintre cele mai populare forme functionale care au fost propuse pentru modelarea comportamentului producatorului si a carei flexibilitate a fost justificata teoretic si dovedita practic, este functia *translog* (transcendental logarithmic function).

Mai recent, unii cercetatori au studiat metode de estimatie neparametrice, proiectate pentru a obtine ajustari ale unor functii de regresie supuse la restrictii structurale de monotonie si concavitate (P.A. Ruud, 1995).

Spre deosebire de abordarile si directiile mentionate, lucrarea se concentreaza asupra unei modalitati diferite de a raspunde cerintei de flexibilitate: modelarea bazata pe logica fuzzy, care se dovedeste a fi una dintre cele mai elastice tehnici de estimatie.

1. Descriere sumara a metodei

1.1. Estimarea modelului în logica fuzzy

Modelarea în logica fuzzy se sprijina pe ideea ca un model neliniar cu forma functionala necunoscuta poate fi aproximat prin mai multe relatii matematice simple, fiecare dintre ele fiind valabila doar într-o mica regiune a domeniului pe care sunt definite variabilele. Pentru aplicarea acestor relatii nu este nevoie decât sa se specifice structura modelului, adica sa se aleaga un anumit numar de multimi fuzzy care acopera acest domeniu (ierarhizate dupa magnitudine, conform unei scheme de progresie) împreuna cu functiile de apartenenta asociate. Faza urmatoare consta din integrarea acestor relatii locale într-un model global, care poate fi apoi utilizat pentru optimizarea procesului.

Definitia fiecarei relatii locale este data în termenii unei versiuni modificate a structurii logice numita ″modus ponens generalizat″, în care premiza fiecarei reguli reprezinta o ecuatie parametrizata în raport cu variabilele de intrare ale modelului. Astfel, pentru implicatia de rang i avem:

$$R^i : \textit{Dacă } f^{\,i}(x_1 \textit{ este } A^1 \wedge \ldots \wedge x_k \textit{ este } A^k)$$
$$\textit{atunci } \; y^i = P^i(x_1, \ldots, x_k) \qquad (1)$$

unde A' este o multime fuzzy cu functia de apartenenta asociata $\mu_{A^i}(x_i)$.

Pentru un vector de intrare dat, $x \in \Re^k$, pot sa existe mai multe relatii $y^i = P^i(x)$, depinzând de gradul concordantei dintre premisa fuzzy compusa a regulii si vectorul de intrare. În scopul încorporarii acestor solutii locale într-o solutie globala, putem utiliza o schema de defuzzificare. Astfel, utilizând defuzzificarea bazata pe media ponderata, iesirea estimata a sistemului fuzzy devine:

$$\hat{y} = \frac{\sum w_i \cdot y^i}{\sum w_i} = \frac{\sum \mathrm{op}\left[\mu_1^i(x_1), \ldots, \mu_k^i(x_k)\right] \cdot P^i(x_1, \ldots, x_k)}{\sum \mathrm{op}\left[\mu_1^i(x_1), \ldots, \mu_k^i(x_k)\right]} \qquad (2)$$

unde ″op″ denota o operatie fuzzy (uzual, operatorul ″minimum″, sau operatorul ″produs″), iar

$$P^i(x_1, \ldots, x_k) = a_0^i + a_1^i \cdot x_1 + \ldots + a_k^i \cdot x_k \qquad (3)$$

Estimarea parametrilor modelului bazat pe logica fuzzy revine la rezolvarea problemei celor mai mici patrate neliniare utilizând o procedura de optimizare parametrica. Algoritmii cu cele mai bune performante numerice adaptati acestui scop sunt Levenberg-Marquardt, respectiv Gauss-Newton.

1.2. Schema de identificare a structurii modelului

O cautare exhaustiva, constând din evaluarea tuturor structurilor posibile pentru un model dat, pentru a determina care dintre ele este mai buna, nu este desigur realista. Procedura cea potrivita de identificare a structurii pare sa constea atunci în cresterea progresiva, dupa o regula predefinita, a complexitatii structurii modelelui pâna când cresterea complexitatii nu mai induce o îmbunatatire suplimentara a acuratetei estimatiei. Este utila o partitionare a esantionului, adica împartirea datelor disponibile în doua subesantioane: un esantion de lucru, utilizat pentru a identifica parametrii relatiilor locale si un esantion martor, utilizat pentru testarea acuratetei modelului în puncte diferite de acelea folosite la estimarea parametrilor modelului. Modelul care ajusteaza cel mai bine ambele seturi de date este considerat a avea cea mai buna structura.

Odata partitionat esantionul, se poate trece la estimarea celui mai simplu model cu putinta (cel cu structura descrisa prin 1×1×...×1), pe baza datelor furnizate de esantionul de lucru. Parametrii estimati sunt apoi utilizati la calculul coeficientului de determinatie R^2 pentru ambele seturi de date (adica R^2_{lucru} si $R^2_{\text{probă}}$). În continuare, crestem complexitatea în raport cu structura initiala si un nou nivel de structuri va fi generat. Pentru un model cu k variabile de intrare obtinem k noi structuri 2×1×...×1, 1×2×...×1, ... , 1×1×...×2. Odata estimati, parametrii celor k modele (utilizând numai datele din esantionul de lucru), se calculeaza coeficientii de determinatie R^2_{lucru} si $R^2_{probă}$, fiind apoi utilizati pentru ierarhizarea structurilor în ordine descendenta. Structurile cu $R^2_{probă}$ minim vor fi selectate pentru a relua generarea unui nou nivel de structuri, cu un grad mai mare de complexitate, pâna când îmbunatatirea coeficientului de determinatie nu va mai fi posibila. În final, parametrii modelului sunt estimati utilizând structura optima si toate datele disponibile.

2. Optimizare bazata pe modele în logica fuzzy

Modelul estimat în logica fuzzy poate fi utilizat în scopul optimizarii procesului economic neliniar considerat. Fie o functie

$$f : [-2, 2]\times[-2, 2] \to \Re,$$

$$f(x_1, x_2) = e^{-x_1^2 - x_2^2} \cdot \sin(x_1 - 2 \cdot x_2)$$

ce furnizeaza un exemplu de suprafata complexa.

O reprezentare tridimensionala a acestei functii este data în partea stânga a figurii 1.

În cazul unei structuri 4×4, parametrii estimati ai celor 16 relatii locale de tipul $y^i = a_0^i + a_1^i \cdot x_1 + a_2^i \cdot x_2$, i=1,...,16, ale modelului în logica fuzzy sunt:

$a_0^1 = 1.2384$	$a_1^1 = 0.3155$	$a_2^1 = 0.3077$
$a_0^2 = 0.6494$	$a_1^2 = 0.2207$	$a_2^2 = 0.2910$
$a_0^3 = 0.2356$	$a_1^3 = 0.2207$	$a_2^3 = 0.3297$
$a_0^4 = -0.0030$	$a_1^4 = 0.3155$	$a_2^4 = 0.3130$
$a_0^5 = 0.8753$	$a_1^5 = 0.2793$	$a_2^5 = 0.3429$
$a_0^6 = 0.9400$	$a_1^6 = 0.4056$	$a_2^6 = 0.5441$
$a_0^7 = 0.5262$	$a_1^7 = 0.4056$	$a_2^7 = 0.0766$
$a_0^8 = -0.3660$	$a_1^8 = 0.2793$	$a_2^8 = 0.2777$
$a_0^9 = 0.3660$	$a_1^9 = 0.2793$	$a_2^9 = 0.2777$
$a_0^{10} = -0.5262$	$a_1^{10} = 0.4056$	$a_2^{10} = 0.0766$
$a_0^{11} = -0.9400$	$a_1^{11} = 0.4056$	$a_2^{11} = 0.5441$
$a_0^{12} = -0.8753$	$a_1^{12} = 0.2793$	$a_2^{12} = 0.3429$
$a_0^{13} = 0.0030$	$a_1^{13} = 0.3155$	$a_2^{13} = 0.3130$
$a_0^{14} = -0.2356$	$a_1^{14} = 0.2207$	$a_2^{14} = 0.3297$
$a_0^{15} = -0.6494$	$a_1^{15} = 0.2207$	$a_2^{15} = 0.2910$
$a_0^{16} = -1.2384$	$a_1^{16} = 0.3155$	$a_2^{16} = 0.3077$

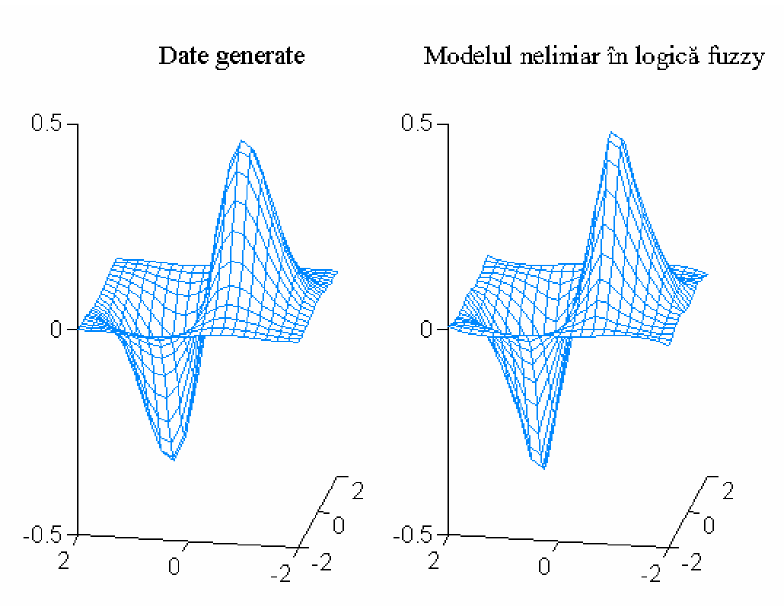

Fig. 1. Graficul functiei $f(x_1, x_2)$

Calitatea ajustarii este data de coeficientul de determinatie: $R^2 = 0.89385539$. Reprezentarea grafica a modelului în logica fuzzy este ilustrata în partea dreapta a figurii 1.

Sa consideram în continuare urmatoarele doua probleme de optimizare neliniare:

$$\min_{x_1, x_2} FLM(x_1, x_2)$$

cu restrictiile: $-2 \le x_1 \le 2$; $-2 \le x_2 \le 2$

$$\max_{x_1, x_2} FLM(x_1, x_2)$$

cu restritiile: $-2 \le x_1 \le 2$; $-2 \le x_2 \le 2$

Utilizând o procedura de optimizare neliniara, gasim:

$$x_{min} = (0.66667,\ 0);\quad x_{max} = (-0.66667,\ 0)$$

Solutiile grafice sunt ilustrate în figura 2.

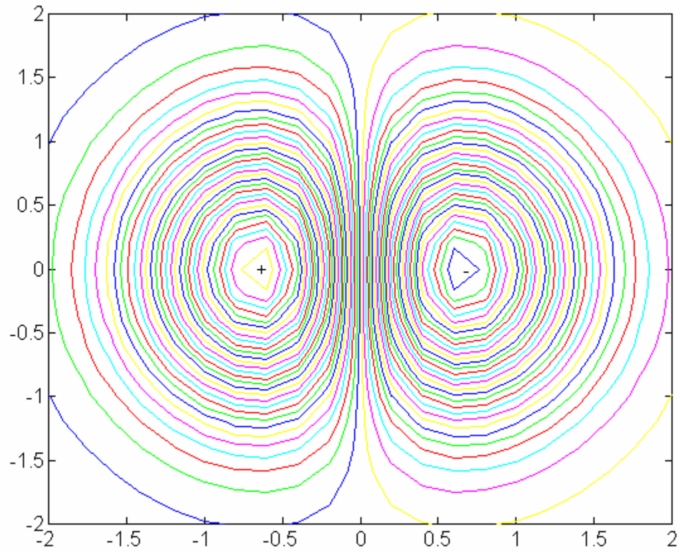

Fig. 2. Linii de contur. Puncte extreme: xmin=(0.6667, 0); xmax=(-0.6667, 0)

3. Analiza comparativa a acuratetii estimatiei functiei de cost

În scopul aprecierii mai complete a capacitatii metodei de modelare bazate pe logica fuzzy de a estima cu acuratete anumite dependente neliniare, am realizat o analiza comparativa a acesteia cu estimarea parametrica ce utilizeaza forma functionala TRANSLOG. Datele numerice pentru efectuarea testului au fost furnizate de o aplicatie clasica privind estimarea functiei de cost, implementata de Christensen si Greene (1976) pentru industria de energie electrica din Statele Unite. Acelasi set de date, constând din cele 99 observatii ale aplicatiei originale, au fost utilizate în cadrul ambelor metode.

Pentru început, exemplificam estimarea parametrica a formei functionale TRANSLOG. Fie C costul total, adica suma cheltuielilor pentru toate imputurile:

$$C = \sum p_j \cdot x_j$$

Ponderea cheltuielilor cu fiecare input în costul total este definita de:

$$v_j = \frac{p_j \cdot x_j}{C}$$

Tinând cont de teoria dualitatii, stim ca pentru un output fixat din punctul de vedere al unitatii producatoare si în ipoteza unor piete concurentiale pentru toate inputurile, conditiile necesare pentru realizarea echilibrului producatorului pot fi deduse din minimizarea costului. Mai precis, ele se obtin egalând ponderile fiecarui input în costul total cu raportul dintre elasticitatea outputului în functie de inputul respectiv si suma tuturor acestor elasticitati:

$$v = \frac{\partial \ln q / \partial \ln x}{i' \cdot \partial \ln q / \partial \ln x}$$

unde i este vectorul cu toate elementele egale cu 1, iar $v = (v_1, \ldots, v_n)'$ este vectorul ponderilor asociate factorilor.

Date fiind definitia costului total si conditiile necesare pentru echilibrul producatorului, putem exprima costul total C ca o functie de preturile tuturor inputurilor si de nivelul iesirii: $C = c(p, q)$. Functia de cost c este duala functiei de productie si furnizeaza o descriere alternativa si echivalenta a tehnologiei unitatii productive. Ea este presupusa pozitiva pentru factori pozitivi, omogena de gradul întâi în raport cu preturile inputurilor, crescatoare atât în raport cu preturile inputurilor cât si cu nivelul outputului si concava în raport cu preturile inputurilor.

Data fiind diferentiabilitatea functiei de cost, putem exprima ponderile inputurilor în costul total ca elasticitati ale functiei de cost în raport cu preturile inputurilor.

$$v = \frac{\partial \ln c(p, q)}{\partial \ln p}$$

În modelul Christensen - Greene, costul total al producerii energiei este definit ca o functie de nivelul outputului (q) si de preturile a trei factori: pretul capitalului (P_k), al combustibilului (P_f) si al fortei de munca (P_l).

O specificare stochastica a modelului econometric dual cost-productie, corespunzând functiei de cost TRANSLOG, este data de un sistem cu doua ecuatii simultane: cea a ponderii factorilor în costul total si cea a functiei de cost:

$$v = \alpha_p + B_{pp} \cdot \ln p + \beta_{pq} \cdot \ln q + \varepsilon_v$$

$$\ln C = \alpha_0 + \alpha_q \cdot \ln p + \alpha_p' \cdot \ln p + \frac{1}{2} \cdot \ln p' \cdot B_{pp} \cdot \ln p + \ln p' \cdot \beta_{pq} \cdot \ln q + \frac{1}{2} \cdot \beta_{qq} \cdot (\ln q)^2 + \varepsilon_c$$

unde:

$$p = \begin{pmatrix} p_k \\ p_f \\ p_l \end{pmatrix}; \; v = \begin{pmatrix} v_k \\ v_f \\ v_l \end{pmatrix}; \; \alpha_p = \begin{pmatrix} \alpha_k \\ \alpha_f \\ \alpha_l \end{pmatrix};$$

$$B_{pp} = \begin{pmatrix} b_{kk} & b_{kf} & b_{kl} \\ b_{fk} & b_{ff} & b_{fl} \\ b_{lk} & b_{lf} & b_{ll} \end{pmatrix}; \; \beta_{pq} = \begin{pmatrix} \beta_{kq} \\ \beta_{fq} \\ \beta_{fq} \end{pmatrix}$$

Parametrii trebuie sa satisfaca restrictiile:

$$\alpha_p' \cdot i = 1; \; B_{pp} \cdot i = 0; \; \beta_{pq}' \cdot i = 0;$$

$$\begin{bmatrix} B_{pp} & \beta_{pq} \\ \beta_{pq}' & \beta_{qq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{pp} & \beta_{pq} \\ \beta_{pq}' & \beta_{qq} \end{bmatrix}'$$

unde i este un vector cu toate elementele egale cu 1.

În concordanta cu proprietatile presupuse a fi îndeplinite de functia de cost, este mai convenabil sa recurgem la transformarea datele initiale în urmatorul mod:

- Se transforma valorile ponderilor în cantitati: $v_i = C \cdot v_i / p_i$
- Se standardizeaza datele (tinând cont de deferentele de scala, nivelurile factorilor sunt scalate cu ajutorul abaterilor standard empirice ale acestora) :
- $Scale_i = std(v_i)$; $v_i = v_i / Scale_i$; $p_i = p_i \cdot Scale_i$;
- Se normalizeaza datele în expresie valorica prin împartire la pretul fortei de munca (P_l): $C=C/p_l$; $p_i=p_i/p_l$. Astfel, costul total este exprimat ca functie de preturile relative ale inputurilor si de output.

Numarul parametrilor de estimat pot fi astfel redusi, datorita restrictiilor privind coeficientii si datorita normalizarii. În final, putem estima trei ecuatii, corespunzând ponderii celor doi factori neeliminati prin normalizare si functiei de cost. În total ramân de estimat 10 parametri: α_0, α_q, α_k, α_f, β_{qq}, β_{kq}, β_{fq}, b_{kk}, b_{kf}, b_{ff} . Estimatiile celorlalti parametri ai modelului sunt calculate folosindu-se restrictiile derivate din proprietatile costului, precum omogenitatea, simetria, etc. Astfel:

$$\alpha_l = 1 - \alpha_k - \alpha_f; \; \beta_{lq} = -\beta_{kq} - \beta_{fq};$$

$$b_{kl} = -b_{kk} - b_{kf} \quad b_{fl} = -b_{ff} - b_{kf};$$

$$b_{ll} = b_{kk} + 2 \cdot b_{kf} + b_{ff};$$

Pentru a realiza estimarile am implementat o versiune numeric stabila si eficienta a metodei celor mai mici patrate generalizate. Valorile estimate ale parametrilor sunt (figura 3):

α_0 = -5.02117; α_q = 0.403859;
α_p = 0.417775; α_l = 0.43322;
α_f = 0.149006
β_{qq} = 0.0531872; β_{qk} = -0.00886005;
β_{ql} = -0.0208712; β_{qf} = 0.0297313;
b_{kk} = 0.127167; b_{ll} = 0.0847628;
b_{ff} = 0.18923; b_{kl} = -0.01135;
b_{kf} = -0.115818; b_{lf} = -0.0734129.

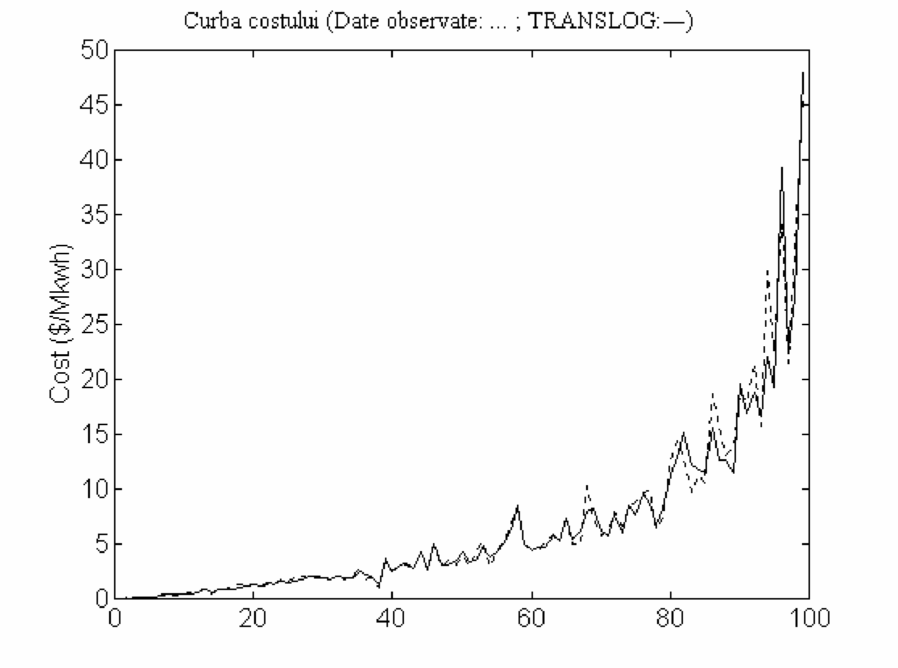

Fig. 3.

O masura a acuratetii estimarii este data de coeficientul de determinatie. În cazul nostru :

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} = 1 - \frac{13.799}{80.1652} = 0.8279$$

Pentru a finaliza analiza comparativa, în continuare vom aplica aceluiasi set de date (cu transformarile facute anterior) metoda modelarii bazata pe logica fuzzy; în consecinta, costul total va fi exprimat ca o functie de trei variabile: preturile relative p_k / p_l si p_f / p_l , respectiv outputul q.

În vederea specificarii modelului în logica fuzzy, nu trebuie decât sa alegem structura acestuia, adica numarul functiilor de apartenenta care definesc fiecare variabila.

Începem cu o structura relativ simpla, descrisa prin (2,2,2) si dupa aceea vom creste treptat complexitatea modelului. Cu aceasta structura, modelul în logica fuzzy contine 2x2x2=8 relatii locale de forma :

$$P^i(q, p_k, p_f) = a_0^i + a_1^i \cdot q + a_2^i \cdot p_k + a_3^i \cdot p_f$$

Fiecare dintre ele este definita de 4 parametri : $a_0^i, a_1^i, a_2^i, a_3^i$. Astfel, au fost estimati în total 32 de parametri:

	a_0^i	a_1^i	a_2^i	a_3^i
1	-0.2514	0.0009	-2.4573	0.6738
2	1.0301	-0.0006	1.8231	-0.4484
3	-0.2185	0.0007	0.0772	0.1981
4	0.9484	0.0011	0.0294	-0.1471
5	1.0103	-0.0008	30.5718	-10.9379
6	0.9948	0.0027	-17.0891	12.9653
7	1.0036	0.0006	-28.5606	6.7794
8	1.0032	0.0002	19.0765	-4.7356

Acuratetea ajustarii atinsa la acest nivel de complexitate este:

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} = 1 - \frac{92552}{80.1652} = 0.8845$$

Desprindem concluzia ca modelul în logica fuzzy este, chiar si în aceasta faza, mai exact decât TRANSLOG, în ciuda structurii lui foarte simple.

Bineînteles, putem spera sa îmbunatatim exactitatea modelului prin cresterea complexitatii structurii. Astfel, pentru o structura (3,2,2), obtinem: $R^2 = 0.9227$.

Din nou, daca alegem o structura mai complexa, spre exemplu (4,2,2), obtinem $R^2 = 0.9455$, iar cei (4×2×2)×4=64 parametri estimati sunt:

i	a_0^i	a_1^i	a_2^i	a_3^i
1	-8.4067e+000	-8.4067e+000	5.1476e+000	9.3237e-001
2	-1.0316e+000	-1.0316e+000	-5.3549e-001	4.8281e-001
3	4.5916e+000	4.5916e+000	1.0307e+000	-3.1407e+000
4	-1.4869e-001	-1.4869e-001	5.7480e+000	-1.6050e+000
5	4.7077e+002	4.7077e+002	-1.5331e+002	-9.4332e+001
6	-9.1663e+001	-9.1663e+001	6.7384e+001	-1.0350e+002
7	-2.3468e+002	-2.3468e+002	-1.2097e+002	8.6261e+001
8	5.6972e+001	5.6972e+001	1.1701e+001	8.8652e+001
9	-2.3282e+002	-2.3282e+002	-1.5385e+003	-8.7832e+002
10	4.8463e+001	4.8463e+001	1.3516e+003	9.8242e+002
11	1.1869e+002	1.1869e+002	1.6785e+003	2.6473e+001
12	-2.6874e+001	-2.6874e+001	-1.3886e+003	-1.1146e+002
13	9.9910e-001	9.9910e-001	9.9879e-001	9.9578e-001
14	9.9932e-001	9.9932e-001	9.9911e-001	9.9689e-00
15	9.9968e-001	9.9968e-001	9.9961e-001	9.9859e-001
16	9.9981e-001	9.9981e-001	9.9981e-001	9.9925e-001

Calitatea ajustarii este considerabil mai mare decât cea rezultata pentru modelul TRANSLOG, iar aceasta concluzie poate fi confirmata grafic (figura 4).

Algoritmii care au permis estimarea parametrilor functiei de cost, atât în varianta modelarii bazata pe forma functionala TRANSLOG, cât si în cea bazata pe logica fuzzy, au fost implementati în limbajul MATLAB.

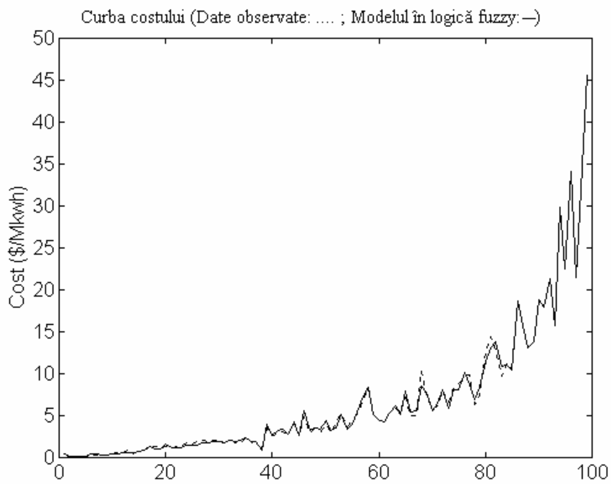

Fig. 4.

Bibliografie

[1] Christensen L.R & Greene W.H. (1976) - “Economies of scale in U.S. electric power generation”. Journal of Political Economy 84(4), 655-676

[2] Georgescu V. (1998) - "Flexible estimation of cost functions based on fuzzy logic modeling approach", *Fuzzy Economic Review*, No. 2, Vol.III, p. 49-68.

[3] Georgescu V. (1998) - “New estimation methods in fuzzy regression analysis, based on projection theorem and decoupling principle”, *Fuzzy Economic Review*, No.1, Vol III, p. 21-38

[4] Georgescu V. (1996) - "A fuzzy generalization of principal components analysis and automatic classification, based on a new metric concept: the dissimilarity between fuzzy sets", *Proceedings of the Third Congress of SIGEF*, Buenos Aires, Paper 2.25

[6] Georgescu V. (1996) - "Flexible estimation procedures for fuzzy logic modeling, with economic applications", *Proceedings of the Third Congress of SIGEF*, Lausanne

[6] Georgescu V. (1995) - *Proiectarea sistemelor expert în logica fuzzy si teoria posibilitatilor*, Ed. Intarf, Craiova

[7] Ruud P.A. (1995). “Restricted Least Squares Subject to Monotonocity and Concavity Constraints”. Invited symposium *Computationally Intensive Methods in Econometrics*, Tokyo, August 22-29

[8] Sugeno M., Tanaka K. (1991) – *Successive identification of a fuzzy model and its applications to predictions of a complex system*. Fuzzy Sets and Systems, 42:315-334

[9] Takagi T., Sugeno M. (1985) - *Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control.* IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, SMC-15(1):116-132